

Matematik A – stx, august 2024

1. Identitet og formål

1.1. Identitet

Matematik omhandler resultatet af menneskers udvikling af generelle teorier om abstrakte strukturer med udgangspunkt i antal, form og forandring, inspireret af observationer i natur, samfund eller matematikken selv.

Matematik tilvejebringer et universelt sprog, begrebsapparat og metodesæt, der er uundværligt i beskrivelse og analyse af sammenhænge og struktur i naturvidenskab, teknologi og samfundsvidenskab, og i samspillet sker en gensidig udvikling af fagernes indhold og metoder. Faget er et dynamisk, kumulativt og deduktivt fag i stadig udvikling fra oldtiden til i dag, båret af menneskelig nysgerrighed og kreativitet, ofte i en vekselvirkning mellem anvendelse og teoribygning.

1.2. Formål

Faget matematik på A-niveau giver eleverne fortrolighed med et matematisk sprog og et bredt sæt af begreber, teorier og metoder, der bidrager til deres almindelse, og som kan være grundlag for videre uddannelse med et væsentligt indhold af matematik. Elevernes arbejde med matematik medvirker til at udbygge deres mulighed for at deltage aktivt i et demokratisk samfund.

Gennem arbejdet med faget opnår eleverne kompetencer i matematik, så de kan formulere, gennemføre og formidle matematiske ræsonnementer inden for en bred emnekreds samt beskrive fagets deduktive og kumulative opbygning. Eleverne bliver i stand til at formulere, analysere og behandle problemstillinger i relation til deres omverden, andre fag og faget selv. Eleverne opnår fortrolighed med matematiske modeller som middel til at beskrive fænomener inden for naturvidenskab, teknologi og samfundsvidenskab.

2. Faglige mål og fagligt indhold

2.1. Faglige mål

Eleverne skal kunne

- redegøre for et bredt udvalg af matematiske begreber, teorier og metoder samt kunne anvende dem i problemløsning og modellering
- følge og gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser og derigennem demonstrere viden om opbygningen af matematisk teori
- forstå og anvende matematisk symbol- og formelsprog
- vælge, benytte og oversætte mellem repræsentationer af matematiske objekter
- anvende digitale værktøjer til modellering og matematisk problemløsning
- benytte matematik som middel til at formulere, analysere og løse problemer inden for faget selv eller andre fagområder og i relation til omverdenen
- opstille, bearbejde og fortolke matematiske modeller til beskrivelse af fænomener inden for forskellige fagområder samt diskutere modellens anvendelse og rækkevidde
- læse og bearbejde tekster med matematikfagligt indhold
- formidle emner med matematikfagligt indhold mundtligt og skriftligt
- perspektivere matematik gennem eksempler med udgangspunkt i matematikkens historie eller gennem inddragelse af aspekter af videnskab, teknologi, samfund eller kultur
- undersøge problemstillinger og udvikle og vurdere løsninger, hvor fagets viden og metoder anvendes
- demonstrere viden om fagets identitet og metoder.

2.2. Kernestof

Tal og algebra

- Tallene: Mængder og talmængder. Hele, rationale og reelle tal. Regningsarternes hierarki. Algebraisk manipulation. Potens og rod. Ligeftem og omvendt proportionalitet.
- Ligninger: Løsning af ligninger med analytiske, grafiske og digitale metoder.

- Procent- og rentesregning: Procentregning. Relativ vækst, vækstrate, fremskrivningsfaktor, renteformlen.

Geometri, trigonometri og vektorer

- Trigonometri: Trekanter, herunder ensvinklede og retvinklede trekanter. Pythagoras' sætning. Sinus, cosinus og tangens anvendt på retvinklede trekanter. Sinus- og cosinusrelationerne. Beregning af sider, vinkler og areal i vilkårlige trekanter.
- Analytisk plangeometri: Retvinklet koordinatsystem. Afstand mellem to punkter. Linjens ligning, herunder hældningskoefficient. Skæring mellem linjer, ortogonale linjer. Hældningsvinkel. Afstand mellem punkt og linje. Cirklen, herunder cirkelns ligning, skæring mellem linje og cirkel samt tangent til cirkel.
- Vektorer i planen og rummet: Koordinatsæt, regning med vektorer, længde, vinkel mellem vektorer, skalarprodukt, projektion. I planen: Determinant, areal af parallelogram, linjens ligning bestemt ved et punkt og en normalvektor, vinkel mellem linjer, parameterfremstilling for linje og cirkel. I rummet: Vektorprodukt, parameterfremstilling for linje i rummet, planens ligning og parameterfremstilling, kuglen samt skæring, afstande og vinkler i rummet.

Funktioner og infinitesimalregning

- Funktioner: Funktionsbegrebet, herunder sammensat funktion. Parallelforskydning af grafer. Karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære funktioner, polynomier, særligt andengradspolynomier, eksponential- og potensfunktioner, \log_{10} og \ln samt cosinus og sinus. Matematisk modellering med ovennævnte funktionstyper, herunder anvendelse af regression.
- Differentialregning: Grænseværdi og kontinuitet som forudsætning for differentialregning. Definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed. Differentiation af $f+g$, $f-g$, $k \cdot f$, $f \cdot g$ og $f \circ g$ samt afledet funktion for de ovennævnte funktionstyper. Tangent, tangentligning. Numerisk bestemmelse af nulpunkter vha. Newtons metode. Monotoniforhold, ekstrema og optimering, herunder sammenhængen mellem disse begreber og differentialkvotient.
- Stamfunktion og integral: Stamfunktion for de nævnte funktioner. Ubestemt og bestemt integral. Sammenhængen mellem areal og stamfunktion. Regneregler for integration af $f+g$, $f \cdot g$ og $k \cdot f$. Integration ved substitution. Anvendelse af integralregning, herunder volumen af omdrejningslegemer.
- Differentialligninger: Differentialligninger af første orden, herunder kvalitativ analyse og løsning af differentialligninger af formerne $y' = f(x)$, $y' = k \cdot y$, $y' = b - a \cdot y$, $y' = a \cdot y \cdot (M - y)$. Løsning med separationsmetoden. Numerisk løsning vha. Eulers metode. Opstilling af simple differentialligningsmodeller af første orden.

Sandsynlighedsregning og statistik

- Deskriptiv statistik: Beskrivelse og grafisk repræsentation af ugrupperet og grupperet observationsmateriale, statistiske deskriptorer.
- Sandsynlighedsregning: Sandsynlighed, sandsynlighedsfelt, særligt symmetrisk sandsynlighedsfelt. Hændelse. Kombinatorik, herunder kombinationer. Stokastisk variabel, herunder middelværdi og spredning. Binomialfordelingen, herunder beregning af tilhørende sandsynligheder samt middelværdi og spredning. Normalfordelingen, herunder beregning af tilhørende sandsynligheder samt middelværdi og spredning.
- Statistik: Binomialfordelt statistisk materiale. Estimation af basissandsynligheden. Hypotesetest i binomialfordelingen, herunder nulhypotese og alternativ hypotese, kritisk område og acceptområde samt signifikansniveau.

2.3. Supplerende stof

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof, der skal udfylde mindst 10 pct. af undervisningstiden, skal uddybe arbejdet med kernestoffet, indeholde nye emner eller metoder og perspektivere faget med vægt på faglig argumentation.

Det supplerende stof skal omfatte matematikhistoriske perspektiver på udvalgte emner.

Særligt for treårige hold til A-niveau

På treårige hold til A-niveau skal der gennemføres et forløb, der har fokus på mundtlig fordybelse.

Særligt for étårige hold til A-niveau

For étårige hold, der løfter matematik B til A-niveau, gennemføres et forløb med sigte på mundtlig formidling og faglig konsolidering af stoffet fra B-niveau svarende til A-niveauets krav til argumentation og abstraktion.

2.4. Omfang

Det forventede omfang af fagligt stof er normalt svarende til 500-700 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale.

3. Tilrettelæggelse

3.1. Didaktiske principper

Undervisningen tager udgangspunkt i et fagligt niveau svarende til elevernes niveau fra grundskolen.

I grundforløbet skal eleverne gradvis gøres bevidste om de gymnasiale krav i forbindelse med såvel skriftlig som mundtlig matematik. Lineære funktioner og modellering med lineære funktioner skal indgå i det faglige stof i grundforløbet, og dette stofområde skal indgå i screeningen i grundforløbets afsluttende del, jf. pkt. 4.1.

Undervisningen i matematik i grundforløbet skal koordineres med undervisningen i naturvidenskabeligt grundforløb.

Undervisningen i matematik tilrettelægges, så målene med de enkelte forløb er tydelige for eleverne, og så eleverne motiveres til at arbejde med faget samtidig med, at deres nysgerrighed og kreativitet stimuleres. Hovedvægten lægges i matematik A på brug af matematik som middel til at gennemføre matematiske argumenter og analysere matematiske sammenhænge på basis af eksempler fra matematik, andre fag eller elevernes omverden. I matematik A skal faglige påstande og sætninger som hovedregel underbygges med bevis eller anden form for sammenhængende argumentation, så eleverne får indsigt i matematiks deduktive natur og kumulative opbygning.

Der skal sikres progression i kravene til elevernes selvstændighed mht. argumentation, problemløsning og modellering samt i den faglige fordybelse, herunder i arbejdet med at læse, bearbejde og formidle matematisk tekst.

Problemløsning er centralt i arbejdet i matematik og indgår såvel i undervisningen som i elevernes selvstændige fordybelse i faget. Arbejdet med problemløsning skal tilrettelægges med progression under hensyn til konsolidering af elevernes færdigheder i alle kernestofområder.

Eleverne skal møde eksempler på en undersøgende tilgang til matematiske problemstillinger og modeller, så de får mulighed for selvstændigt at formulere og undersøge påstande.

Der skal tilrettelægges mindst ét forløb, hvor eleverne i mindre grupper arbejder med åbne eller delvist åbne problemstillinger; problemstillingerne kan stamme fra matematik eller andre fag med et betydeligt element af anvendt matematik.

Modellering skal indgå som en væsentlig del af undervisningen.

Digitale værktøjer, herunder CAS-værktøjer, skal indgå i elevernes arbejde med kernestofområder, hvor det er relevant som værktøj til modellering, problemløsning og formidling.

Der skal tilrettelægges mindst ét forløb, hvor eleverne selvstændigt, under vejledning, arbejder med at læse og tilegne sig matematisk viden og indsigt.

3.2. Arbejdsformer

Undervisningen skal tilrettelægges, så der er variation og progression i de benyttede arbejdsformer under hensyntagen til elevgruppen og de mål, der ønskes nået med de enkelte forløb.

Der skal indgå såvel mundtlige som skriftlige arbejdsformer i den daglige undervisning, som gør det muligt for den enkelte elev at udvikle kompetence til, individuelt og i samarbejde med andre, at tilegne sig matematisk indsigt.

Den skriftlige dimension skal medvirke til at sikre fordybelse i faget og omfatter problemløsning, arbejde med matematiske modeller og formidling af matematikfaglig argumentation og indsigt. Det skriftlige arbejde tilrettelægges med variation i formen, og så der er progression og sammenhæng med skriftligt arbejde i de øvrige fag, eleven har. Progressionen omfatter såvel fordybelsesgraden som kravene til elevernes selvstændige indsats.

Eleverne skal arbejde med mundtlig kommunikation om matematiske emner med særligt henblik på matematisk argumentation og formidling.

3.3. It

It og digitale værktøjer, herunder CAS-værktøjer, skal indgå i undervisningen i hensigtsmæssig vekslen mellem brug af digitale værktøjer og "blyant og papir".

De digitale værktøjer, eleverne skal lære at bruge og forventes at have til rådighed ved den skriftlige delprøve 2, skal indeholde faciliteter til visualisering af funktioner, brug af regneark, numerisk løsning og generel symbolmanipulation med CAS. De digitale værktøjer skal understøtte undersøgende og dynamiske aktiviteter vedr. funktioner og geometri.

3.4. Samspil med andre fag

Undervisningen i matematik i grundforløbet skal koordineres med naturvidenskabeligt grundforløb.

I studieretninger med matematik A skal der tilrettelægges forløb, hvor matematik og de øvrige studieretningsfag samarbejder om behandlingen af områder med relevans for begge fag. Der lægges vægt på koordinationen med de øvrige fag, der anvender matematik, idet det tilstræbes, at undervisningen i matematik understøtter anvendelsen, og eleverne oplever sammenhæng i den faglige udvikling.

Når matematik A optræder som valgfag, inddrages elevernes viden og kompetencer fra de andre fag, som eleverne hver især har eller har haft, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets anvendelsesorienterede og almindelige sider.

Der skal indgå tekster på engelsk.

4. Evaluering

4.1. Løbende evaluering

I afslutningen af grundforløbet gennemføres en skriftlig screening af hensyn til vejledning af eleven om valg af studieretning. Screenings faglige indhold er det stof, der er arbejdet med i grundforløbet på tidspunktet for screeningen, herunder lineære funktioner og modellering med lineære funktioner, jf. pkt. 3.1. Til screeningen gives ca. to timer. Opgavesættet omfatter opgaver, der afprøver den enkelte elevs matematiske kompetencer, færdigheder og viden med henblik på at kunne gennemføre matematik på C-, B- eller A-niveau.

Eleverne skal jævnligt aflevere skriftligt arbejde i form af opgavebesvarelser eller andre typer produkter, der evalueres formativt af læreren med henblik på at fremme den enkelte elevs faglige progression.

Elevernes udbytte af undervisningen skal evalueres løbende, særligt mht. argumentation, problemløsning og modellering. Herved tilvejebringes grundlag for en fremadrettet vejledning af den enkelte elev i arbejdet med at nå de faglige mål og for justering af undervisningen. Udvalgte forløb afsluttes med enten mundtlig fremlæggelse eller skriftlig prøve med henblik på træning af de respektive prøveformer, jf. pkt. 4.2.

I det treårige forløb til A-niveau gennemføres mindst én intern prøve. Hvis der kun afholdes én intern prøve, skal det være en mundtlig intern prøve efter andet år. Hvis der afholdes en intern prøve efter første år, skal det være en todelt skriftlig prøve, hvor der ved besvarelse af første delprøve ikke må benyttes andre hjælpemidler end en centralt udmeldt formelsamling, mens eleverne skal have adgang til alle hjælpemidler, herunder digitale værktøjer, under besvarelsen af anden delprøve.

4.2. Prøveform

Der afholdes en centralt stillet skriftlig prøve og en mundtlig prøve.

Den skriftlige prøve

Der afholdes en skriftlig, todelt prøve på grundlag af et centralt stillet opgavesæt. Prøvens varighed er fem timer.

Ved første delprøve må kun en centralt udmeldt formelsamling for niveauet benyttes.

Ved anden delprøve forudsættes, at eksaminanden råder over digitale værktøjer, jf. pkt. 3.3.

Det faglige grundlag for opgaverne er det i pkt. 2.2. beskrevne kernestof, mens andre emner og problemstillinger kan inddrages, idet grundlaget så beskrives i opgaveteksten.

Den mundtlige prøve

Der afholdes en individuel, mundtlig prøve på grundlag af et fortrinsvis teoretisk eksamensspørgsmål med fokus på ræsonnement og bevisførelse inden for et valgt, overordnet emne.

Der stilles i alt mindst 14 forskellige eksamensspørgsmål, som til sammen i al væsentlighed dækker de faglige mål, kernestoffet samt det supplerende stof, heraf mindst ét med udgangspunkt i det supplerende stof. Eksamensspørgsmålene offentliggøres i god tid inden prøven.

Eksaminationstiden er ca. 30 minutter. Der gives ca. 30 minutters forberedelsestid. Prøven består af dels eksaminandens præsentation af sit svar på det udtrukne eksamensspørgsmål, dels en uddybende faglig samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i det overordnede emne.

4.3. Bedømmelseskriterier

Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilken grad eksaminandens præstation opfylder de faglige mål, som de er angivet i pkt. 2.1. I såvel den skriftlige som den mundtlige prøve gives der én karakter ud fra en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation.

Den skriftlige prøve

Ved den skriftlige prøve lægges der vægt på eksaminandens evne til at

- anvende et bredt udvalg af matematiske begreber, teorier og metoder i problemløsning og modellering
- forstå og anvende matematisk symbol- og formelsprog
- vælge, benytte og oversætte mellem repræsentationer af matematiske objekter
- anvende digitale værktøjer til modellering og matematisk problemløsning
- opstille, bearbejde og fortolke matematiske modeller til beskrivelse af fænomener inden for forskellige fagområder samt diskutere modellerens anvendelse og rækkevidde
- læse og bearbejde tekster med matematikfagligt indhold
- formidle emner med matematikfagligt indhold.

Den mundtlige prøve

Ved den mundtlige prøve lægges der vægt på eksaminandens evne til at

- redegøre for grundlæggende matematiske begreber, teorier og metoder

- gennemføre matematiske ræsonnementer og derigennem demonstrere kendskab til opbygningen af matematisk teori
- forstå og anvende matematisk symbol- og formelsprog
- formidle et emne med matematikfagligt indhold.