

Prøver – Evaluering - Undervisning

Matematik

Maj – juni 2010

Fagkonsulent Klaus Fink

Styrelsen for Evaluering og Kvalitetsudvikling af Grundskolen

Kontor for Afgangsprøver, Test og Evalueringer

Indhold

Indledning	4
Nyheder i 2010	4
Hvor kan man læse om reglerne?.....	4
Andre hjemmesider	5
Fagets identitet og udvikling	5
Fælles Mål 2009	6
Fælles Mål 2009 i afgangsprøverne	7
Formelsamlingen.....	7
De skriftlige prøver i matematik	9
Den nye bedømmelsesprocedure	9
Proceduren for prøven maj 2011	9
Vurdering af især matematisk problemløsning	9
Hjælpemidler.....	12
Elevers aflevering af besvarelsen.....	13
Hvordan fremkommer en karakter i skriftlig matematik?.....	13
7 skarpe til matematiklæreren	14
FSA – Matematiske færdigheder.....	16
Kommentarer til de enkelte opgaver	17
Tal og algebra	17
De tre øvrige områder.....	19
Geometri	19
Statistik og sandsynlighed	20
Matematik i anvendelse.....	20
FSA – Matematisk problemløsning.....	21
Kommentarer til de enkelte opgaver	21
Besøg i Eiffeltårnet.....	22
Bygningen af Den Kinesiske Mur	25
Panamakanalen – en genvej.....	29
Solstråler i Pantheon.....	31
En trappepyramide i centicubes	35
FS10 – Skriftlig matematik	39
Kommentarer til de enkelte opgaver	39
”Hej matematik” på Samsø Festival.....	40
Affald på Roskilde festival.....	44
Overnatning på Skanderborg Festival	47
På tur med grøn koncert.....	51
FS10 – Mundtlig matematik	53

Prøveform A.....	54
Prøveoplæg	54
Anvendelse af computer.....	57
Tekstopgivelser	57
Prøvens afholdelse.....	58
Prøveform B.....	59
Udsagn om den nye prøveform.....	59
Krav til de skriftlige redegørelser.....	60
Oplæg til undervisningsforløb	60
Det korte prøveoplæg med en problemformulering	61
Prøveforløbet	61

Indledning

PEU 2010 er skrevet ud fra en række vurderinger af årets prøvesæt. De ministerielt beskikkede censorer har hver bidraget med en evalueringsrapport, og der har været afholdt et evalueringsmøde i forbindelse med forcensuren til de skriftlige prøver. Desuden har der kunnet trækkes mange oplysninger om elevernes arbejde med prøveopgaverne ud af Skolestyrelsens retteprogram, som blev anvendt i forbindelse med vurderingen af mere end 30 % af alle elevbesvarelser. Der skal lyde en stor tak til alle, der har givet værdifulde informationer til årets prøveevaluering.

En vurdering af karaktergennemsnit og karakterfordeling er ikke med i denne publikation, men det endelige talmateriale vil blive vurderet i en særskilt publikation.

Nyheder i 2010

Ved prøven i maj måned kom faglæreren tilbage som bedømmer af egne elevers besvarelser. Det skete på baggrund af et stort ønske fra mange sider, bl.a. for at give faglæreren mulighed for at evaluere sin undervisning ud fra elevernes præstationer ved den afsluttende prøve og for at styrke lærerens viden om, hvordan målene fra Fælles Mål 2009 prøves i afgangsprøven, og hvordan elevernes besvarelser skal bedømmes.

Den endelige karakterfastsættelse skal ske efter en obligatorisk drøftelse mellem censor og faglærer. Tilbage meldinger fra censorerne er overvejende positive, og der har især været ført udbytterige samtaler med faglærere, som retter afgangsprøver for første gang. Det har kostet en del tid, men det er der taget højde for i den nye afregning for censorarbejdet. Selv om der har været enkelte mindre behagelige samtaler, tegner der sig et billede af en temmelig bred enighed om karaktergivningen ud fra en statistik baseret på over 100 censorers indberetninger af egen, faglærers og den endelige karaktergivning.

Fra sommeren 2010 er der kommet en ny prøvebekendtgørelse for grundskoleområdet. Det betyder, at alle regler om prøverne og deres afvikling er samlet i én bekendtgørelse bortset fra karakterskalabekendtgørelsen, der også er gældende for andre uddannelser.

Hvor kan man læse om reglerne?

Alle oplysninger om afgangsprøverne kan nu findes ét sted: www.skolestyrelsen.dk. Her kan man bl.a. finde følgende vigtige dokumenter:

- Prøvebekendtgørelsen med bl.a. reglerne for prøvernes afholdelse og de faglige krav til de enkelte fag.
- Prøvevejledningen med bl.a. en gennemgang af vurderingskriterierne.

- Skolestyrelsens formelsamling.
- PEU for tidligere år, som fx kan bruges af lærere, der anvender tidligere års afgangsprøver til terminsprøver og i det daglige arbejde.
- Rettevejledningen med omsætningstabellen.
- Karakterbekendtgørelse og vejledende karakterbeskrivelser som link til www.uvm.dk.

Disse seks dokumenter bør alle matematiklærere i overbygningen sættes sig ind i for at forberede eleverne bedst muligt til de afsluttende prøver. Desuden er det vigtigt at kende såvel slut- og trinmål samt læseplan i Fælles Mål 2009.

Andre hjemmesider

Der er en del hjemmesider, der er fornuftige at besøge regelmæssigt, da der er meget information og inspiration at hente til den daglige undervisning.

www.uvm.dk

Her er bl.a. direkte adgang til Fælles Mål 2009 og karakterbeskrivelserne. Desuden er der mange oplysninger om folkeskolen og den aktuelle udvikling.

www.evaluering.uvm.dk

Her kan matematiklæreren hente inspiration til den løbende evaluering i sit fag. Der er både generelle artikler om evaluering og fagspecifikke inspirationsartikler. Hjemmesiden giver desuden adgang til de nationale test. Endelig er der også inspiration til arbejdet med elevplaner.

www.emu.dk

På det elektroniske mødested for undervisere er der en mængde konkrete forslag til undervisningsforløb, anvendelse af it i undervisningen og meget mere.

Endelig er der i Skolekom en konference for matematiklærere, hvor alle aspekter af undervisning i matematik tages op til diskussion, og egne materialer og ideer udveksles

Fagets identitet og udvikling

Faget matematik er et af de centrale fag i grundskolen. Der er tale om verdens største fag, da det blandt andet er det eneste fag, der er på skemaet i alle verdens skoler. Faget er et sprogligt fag, hvor anvendelse af både mundtligt og skriftligt sprog er afgørende for elevernes begrebsudvikling, præcisering af tankegange og læring i matematik. Matematik er også

et af de vigtigste faglige redskaber i en lang række andre fag og funktioner i dagligdagen. Således har matematik en stadig stigende betydning i de videregående uddannelser, i den teknologiske udvikling og i samfundet i øvrigt.

Men samtidig er meget af matematikkens anvendelse skjult for mennesket i dagligdagen. Dette skisma har også betydning for arbejdet i skolen, hvor ikke al matematik kan gøres umiddelbart motiverende med eksempler fra elevernes nære hverdag. Der er til stadighed mange diskussioner om fagets indhold, undervisningens tilrettelæggelse og fagets målsætning. Disse diskussioner sker ofte på baggrund af målene for faget og indimellem med inddragelse af ny didaktisk forskning. Disse diskussioner er med til at udvikle faget matematik i folkeskolen.

Med de obligatoriske nationale test og indførelse af obligatoriske afgangsprøver er der nu tre statslige evalueringer i faget matematik. Det er vigtigt at gøre sig klart, at de to nationale test i 3. og 6. klasse er tænkt som formative test, der kan hjælpe læreren i evalueringen og planlægningen af sin undervisning. Desuden betyder testformen og den tid, der er afsat til den, at kun en mindre del af fagets mål kan evalueres i disse test. For at kunne evaluere alle mål og på alle klassetrin skal der flere evalueringsredskaber i brug. Til dette arbejde er der meget inspiration at hente på den ovenover omtalte evalueringsportal.

Afgangsprøven er til gengæld en summativ evaluering som afslutning på grundskoleforløbet. Prøven i matematik kommer dybere i evalueringen af fagets mål end de nationale test. Men heller ikke afgangsprøven evaluerer alle mål, idet det mundtlige arbejde med matematik ikke prøves ved FSA. Da dette også skal evalueres, blandt andet fordi det er med i målene, og fordi det skal bedømmes med standpunktskarakterer, er det både nødvendigt at arbejde med den mundtlige dimension og evaluering af dette arbejde i den daglige undervisning.

Fælles Mål 2009

Det nye faghæfte i matematik har nu været grundlaget for matematikundervisningen i grundskolen i et helt skoleår. Faghæftet forekommer mange temmelig omfangsrigt, men hovedparten af det er undervisningsvejledning, som man kan vende tilbage til, når man gerne vil have hjælp til undervisningen på et af de områder, der er med i vejledningen. Der er en del større og mindre ændringer, som her er opstillet i punktform:

- Matematiske kompetencer og matematiske arbejdsmåder er nye CKF'er.
- Statistik og sandsynlighed er nu et selvstændigt område i de matematiske emner på linje med tal og algebra og geometri.
- Elevens aktive deltagelse i udvikling af metoder på baggrund af egen forståelse er blevet præciseret.
- Der er mere fokus på dialogen i undervisningen.
- Faglig læsning er blevet både slut- og trinmål.
- Perspektivtegning og isometrisk tegning er nedtonet.
- Undersøgende arbejde med enkel trigonometri er tilføjet.

- It har fået en mere fremtrædende plads.

Skal man dømme ud fra kursusopslag, konferencer og seminarer er Fælles Mål 2009 blevet pænt modtaget og langsomt ved at blive grundlaget for matematikundervisningen i praksis. Især er der interesse for matematiske kompetencer og deres evaluering, faglig læsning og it. Selvfølgelig er der også en del interesse for trigonometri, men det forekommer ikke at være helt ukendt for de fleste lærere i overbygningen.

Flere af de nye (og også nogle lidt ældre, men fremsynede) lærebøger tager udgangspunkt i de matematiske kompetencer.

Fælles Mål 2009 i afgangsprøverne

Allerede i afgangsprøverne i maj 2010 kunne man se opgaver, der har deres udgangspunkt i elementer af de nye mål, selvfølgelig på en måde så eleverne ikke skal have været undervist efter de nye mål i årevis. Gradvist vil opgavekommissionen udvikle nye opgavetyper, der kan prøve eleverne i dele af de matematiske kompetencer.

Formelsamlingen

Desværre blev fremstillingen af en ny formelsamling til Fælles Mål 2009 en længere affære end planlagt, så den blev først lagt på nettet i februar 2010. Der var derfor ingen forventning om, at eleverne havde arbejdet med den inden prøven, og der var ikke prøveopgaver, som krævede kendskab til den nye formelsamling.

Der er flere ændringer i formelsamlingen. En af de iøjefaldende er, at tabeller nu udgår af samlingen. Der henvises til brug af lommeregner, computerprogrammer eller eventuelt tabeller medbragt til prøverne. Disse tabeller kan med fordel være fremstillet af eleverne selv i løbet af skoleåret, fx i et regneark.

En anden afgørende ændring er tilføjelsen af kvadrerede højresider, som er målrettet elevernes selvstændige arbejde med formlerne.

I forordet til læreren står der bl.a.:

”Hensigten med at udarbejde en særlig formelsamling til brug ved folkeskolens afsluttende prøver i matematik er bl.a. at afgrænse det fagsprog og de matematiske begreber, der uden yderligere forklaring kan indgå i de afsluttende prøver. Det kan derfor være en fordel, at eleverne har formelsamlingen til rådighed allerede fra 7. klasse, så der er god tid til at sætte sig ind i indholdet.”

”Formelsamlingen er opbygget således, at de fleste af de lige venstresider indeholder form-
ler mv. næsten uden eksempler, mens eleverne på de kvadrerede højresider kan skrive ek-
sempler og forklaringer, som han eller hun selv har fremstillet. Denne opdeling af formel-
samlingen har sit udgangspunkt i Fælles Mål 2009, hvor det fastslås, at eleverne skal sættes i
stand til at deltage i udvikling af strategier og metoder i forbindelse med de matematiske
emner.”

I forordet til eleven står der bl.a.:

”På venstresiderne kan du læse om formler og meget mere. På højresiderne kan du skrive
dine egne noter, som du også må medbringe til de afsluttende prøver. På højresiderne kan
du bl.a.:

- skrive formlerne i den form, du er mest fortrolig med
- skrive dine egne eksempler på, hvordan formlerne bruges
- skrive andre formler, som du mener, du kan få brug for.”

Formelsamlingen er udover de nævnte højresider en del anderledes end den tidligere, idet
der er tilføjet nye emner og ændret i opbygningen. Hovedændringerne er:

- Geometrisk repræsentation af algebra (s. 12). Dette bliver prøvet i færdighedsprø-
ven og er desuden meget anvendeligt i udvikling af fx en multiplikationsalgoritme.
- Regnearkets anvendelse af trinvis fremskrivning i arbejdet med sammensat rente (s.
18). Regneark kan bruges på lignende måde til undersøgende arbejde med annuite-
ter.
- Forholdet mellem siderne i ensvinklede trekanter (s. 26). Dette er en af forudsæt-
ningerne for det undersøgende arbejde med trigonometri.
- Trigonometri (s. 30) og en arealformel for trekanter (s. 24).
- Omskrivning af afsnittene om arbejde i koordinatsystem, funktioner, proportionali-
tet og vækst.

Desuden er afsnittet om statistik blevet omskrevet og udvidet bl.a. med boksplot og regres-
sionskurver. De er med for at udvide elevernes adgang til at behandle statistisk materiale på
en mere kvalificeret måde. Begge beskrivelsesmetoder kan med fordel fremstilles på en
computer enten i regneark eller et dynamisk geometriprogram som GeoGebra. Det er vig-
tig at være bevidst om, at der i statistik ofte er flere og lige rigtige definitioner af de forskel-
lige deskriptorer, deres beregning og tegning. Fx kan et boksplot lige så godt tegnes lodret,
og der findes flere metoder til beregning af kvartilsæt end den, der er vist i formelsamlin-
gen. Dette skal der tages højde for i vurdering af elevbesvarelsene.

En elev, der har arbejdet solidt med sin formelsamling, får næppe brug for andre skriftlige
hjælpemidler bortset fra måske en matematisk opslagsbog.

De skriftlige prøver i matematik

Dette kapitel omtaler nogle generelle forhold, der vedrører de skriftlige prøver både FSA og FS10.

Den nye bedømmelsesprocedure

Bedømmelsesproceduren har været ændret næsten hvert år de sidste 6 år, og i en periode var der en kommunal censor på linje med den ministerielt beskikkede. De mange ændringer skyldes, at der er arbejdet med at finde frem til den bedste, sikreste og samtidig enkleste procedure, hvilket ikke har kunnet ske på nogle få år. Nu er faglæreren tilbage som bedømmer af elevernes besvarelser. Som nævnt i indledningen har den generelle tilbagemelding på proceduren, især med den obligatoriske samtale, generelt været positiv. Dog har enkelte censorer og faglærere berettet om ubehagelige samtaler, om meget stor uenighed om bedømmelsesgrundlaget, om tider, der ikke blev overholdt mv. Det forventes, at disse problemer forsvinder, når den nye bedømmelsesprocedure bliver indarbejdet fuldt ud.

De mindre gode samtaler, der har været ført, viser, at der stilles store krav til såvel censor som faglærer om at være godt inde i reglerne og fagets udvikling. Desuden skal begge parter i selve samtalen være indstillet på, at den enkelte elev skal have den rigtige karakter for sin besvarelse af den skriftlige prøve ud fra de kriterier, bekendtgørelse og vejledning foreskriver. De vejledende karakterbeskrivelser har vist sig at være glimrende til at supplere såvel pointgivning som det afsluttende skøn over den samlede besvarelse, når censor og faglærer i den obligatoriske samtale arbejder med at give den enkelte elev den rigtige karakter.

Proceduren for prøven maj 2011

Den endelige karakterfastsættelse sker ved en drøftelse mellem den statsligt beskikkede censor og faglæreren. Dette foregår ved følgende procedure:

Forsendelse af elevbesvarelser kan ske på én af de to beskrevne måder:

Mulighed nr. 1: ét eksemplar af elevbesvarelsen:

- Umiddelbart efter prøvens afholdelse sender skolen elevbesvarelsene og karakterliste som anbefalet post til den statsligt beskikkede censor.
- Statslig censor retter
- Statslig censor sender som anbefalet post:
 - elevbesvarelse og kontaktoplysninger til skolen (faglæreren)
 - karakterliste vedlægges i en lukket konvolut med oplysninger om holdets/klassens betegnelse uden på.

- Skolens leder udleverer elevbesvarelsene og statslig censors kontaktoplysninger til faglæreren.
- Skolens leder opbevarer karakterlisten.
- Faglæreren retter elevbesvarelsene.
- Faglæreren sender karakterlisten til statslig censor.
 - Karakterlisten skal ikke sendes anbefalet, hvis faglærer har en kopi af karakterlisten.
- Skolens leder udleverer statslig censors karakterliste til faglæreren.
- Faglæreren kontakter statslig censor inden for de tidsrum, statslig censor har angivet i sine kontaktoplysninger.
- Statslig censor og faglærer drøfter og fastsætter de endelige karakterer efter karakterbekendtgørelsens § 14, stk. 1 og 2.
- Når bedømmelsen er afsluttet, underskriver statslig censor og faglærer hver sin karakterliste med de endelige karakterer.
 - Kun de endelige karakterer må fremgå af karakterlisten. Hvis der er rettet i karakterlisten, skal tidligere afgivne karakterer være ulæselige.
 - Karakterfastsættelsen er afsluttet.
- Statslig censor sender karakterlisten til skolens leder.
 - Karakterlisten skal ikke sendes anbefalet, hvis statslig censor har en kopi af karakterlisten.
- Faglærer afleverer elevbesvarelsene og karakterlisten til skolens leder.
- Skolens leder kontrollerer, at der er overensstemmelse mellem de to karakterlister. Skolens leder må først være bekendt med karaktererne, når de er endelig fastsat af statslig censor og faglærer.

Mulighed nr. 2: to eksemplarer af elevbesvarelsen:

- Umiddelbart efter prøvens afholdelse sender skolen karakterliste og elevbesvarelsene anbefalet til den statsligt beskikkede censor samtidig med, at faglæreren får et eksemplar udleveret.

Det forudsætter at:

 - elevbesvarelses udarbejdet på papir kopieres, hvis kopieringen ikke forringer besvarelsens læsbarhed
 - elevbesvarelses udarbejdet på computer printes i to eksemplarer, som begge underskrives af eleven og attesteres af tilsynsførende.
- Statslig censor retter.
- Faglærer retter.
- Statslig censor sender kontaktoplysninger til skolen (faglæreren).
- Skolens leder udleverer statslig censors kontaktoplysninger til faglæreren.
- Faglæreren sender karakterlisten til statslig censor.
 - Karakterlisten skal ikke sendes anbefalet, hvis faglæreren har en kopi af karakterlisten.
- Når statslig censor har modtaget faglærerens karakterliste, sender statslig censor sin karakterliste til faglæreren.

- Faglæreren kontakter statslig censor inden for det tidsrum, statslig censor har angivet i sine kontaktoplysninger.
- Statslig censor og faglærer drøfter og fastsætter de endelige karakterer efter karakterbekendtgørelsens § 14, stk. 1 og 2.
- Når bedømmelsen er afsluttet, underskriver statslig censor og faglærer hver sin karakterliste med de endelige karakterer.
 - Kun de endelige karakterer må fremgå af karakterlisten. Hvis der er rettet i karakterlisten, skal tidligere afgivne karakterer være ulæselige.
 - Karakterfastsættelsen er afsluttet.
- Statslig censor sender elevbesvarelsesne og karakterlisten som anbefalet post til skolens leder.
- Faglærer afleverer elevbesvarelsesne og karakterlisten til skolens leder.
- Skolens leder kontrollerer, at der er overensstemmelse mellem de to karakterlister. Skolens leder må først være bekendt med karaktererne, når de er endelig fastsat.

§ 14. Hvor en censor eller eksaminator medvirker, fastsætter denne karakteren. Hvor der ved bedømmelsen medvirker både en censor og en eksaminator, fastsættes karakteren efter drøftelse mellem dem.

Stk. 2. Hvis censor og eksaminator ikke er enige om en fælles bedømmelse, giver de hver en karakter. Karakteren for prøven er gennemsnittet af disse karakterer afrundet til nærmeste karakter i karakterskalaen. Hvis gennemsnittet ligger midt imellem to karakterer, er den endelige karakter nærmeste højere karakter, hvis censor har givet den højeste karakter, og ellers den nærmeste lavere karakter.

I den årlige publikation: "Orientering om folkeskolens afsluttende prøver" kan man hvert år finde de konkrete datoer, hvor der skal være fremsendt opgaver, karakterlister osv. Procedurene for forsendelse og karakterfastsættelse samt andre forhold vedrørende censur er desuden uddybet i censorvejledningen for de statsligt beskikkede censorer. Censorvejledningen kan læses på Skolestyrelsens hjemmeside.

Vurdering af især matematisk problemløsning

Det er vigtigt at slå fast, at vurdering af matematisk problemløsning ikke kun kan være en kontrol af antallet af rigtige facit. Der er mange andre forhold i elevbesvarelsesne, der skal indgå i bedømmelsen. Det kan man læse om i såvel prøvebekendtgørelsen som prøvevejledningen. Her skal blot gengives en del af bekendtgørelse nummer 918 af 13. juli 2010:

"2.9. I bedømmelsen vil der blive lagt vægt på elevens brug af faglige begrundelser, herunder anvendelse af matematiske modeller, samt elevens anvendelse af forklarende tekst, algebraiske udtryk, tegninger og grafer. Ligeledes indgår det i bedømmelsen, hvorledes eleven på grundlag af de foreliggende oplysninger og data kan vurdere problemer, beskrive løsningsstrategier og udarbejde løsninger ved hjælp af matematikken."

Det er vigtigt, at eleverne sammenholder deres matematiske løsninger med det praktiske problem, der skal løses, blandt andet ved at angive den endelige løsning med et passende antal betydende cifre og decimaler. Jeg vil her citere en af historiens mest fremtrædende matematikere, Carl Friederich Gauss, 1777-1855: ”Der er intet, som i højere grad er udtryk for en mangel på matematisk uddannelse, som en umådelig nøjagtighed ved regning med tal.”

To spørgsmål stilles ofte og bliver her nærmere kommenteret:

”Skal der *altid* være en begrundelse i form af tekst, tegning, regneudtryk mv.?” Ja, principielt kan der højst gives et point for et rigtigt facit helt uden begrundelse eller ledsagende tekst. Der forekommer dog opgaver, hvor en begrundelse kan være undladt, for eksempel ved simple aflæsninger i et skema eller diagram.

”Kan en begrundelse være udelukkende i dagligsprog uden regneudtryk eller lignende matematikprog?” Ja, men det forekommer sjældent, da det for langt de fleste elever er lettere at opstille et regneudtryk. Derimod bør sammenblanding af dagligsprog og et regneudtryk medføre et fratræk i point. Her er et par eksempler:

Eksempel 1, FSA maj 2008, opgave 1.3

”Den procentvise stigning fra sommeren 07 til sommeren 08 er (75-70, som er priserne fra 08 og 07 = 5, som er stigningen / 70 = $0,071 \cdot 100$) = 7,1 % ”

Eksempel 2, FSA maj 2008, opgave 3.3

”Menuen, som Peter spiser, dækker (4.000, som er det, menuen indeholder / 10.600, som er det, maksimumindtag bør være $\cdot 100$) = 37,73 % af hans daglige forbrug.”

Hjælpemidler

Der er fortsat en vis usikkerhed på nogle skoler om reglerne for tilladte hjælpemidler ved prøven i matematisk problemløsning til FSA og skriftlig matematik til FS10. Det er blandt andet baggrunden for formuleringerne i den nye prøvebekendtgørelse. I bekendtgørelse nr. 918 af 13. juli 2010, bilag 1, står der:

”2.10. Til prøven må anvendes alle de hjælpemidler, som eleven har anvendt i den daglige undervisning, samt den af Skolestyrelsen udgivne formelsamling.”

I bilag 2 står en tilsvarende tekst om hjælpemidler ved FS10 prøven i skriftlig matematik.

Det er altså nu klart slået fast, at alle hjælpemidler, som eleven har anvendt i den daglige undervisning, er tilladte at medbringe til prøven. Det betyder også, at alle computerprogrammer er tilladte, hvis eleven benytter computer ved prøven.

Men der er to forhold at holde sig for øje:

Elektronisk udstyr, som kan sætte eleven i stand til at kommunikere med andre under prøven, er ikke tilladt.

Det er vigtig at diskutere omfanget af hjælpemidler med eleverne forud for prøven – så der kun medbringes de hjælpemidler, den enkelte elev er fortrolig med og kan have glæde af under den relativt korte prøve.

Elevens aflevering af besvarelsen

Det går meget bedre for eleverne med at få afleveret deres besvarelser på en korrekt måde. Der er dog stadig enkelte klasser, hvor nogle elever får afleveret forkert. De typiske fejl er:

- Arkene er ikke nummereret eller nummereret forkert.
- Der er afleveret to svarark, selvom der kun er arbejdet på det ene.
- Nogle opgaver er afleveret i to versioner, hvilket sætter censor i en svær situation. I sådanne tilfælde er censor ikke forpligtet til at vurdere disse opgaver.
- Eleven har ikke underskrevet hvert ark.
- Den tilsynsførende har ikke underskrevet og dermed attesteret, at afleveringen er korrekt.

Det er den tilsynsførende, der er ansvarlig for at kontrollere, at eleverne afleverer deres besvarelser efter reglerne.

Hvordan fremkommer en karakter i skriftlig matematik?

Forud for prøvens afholdelse har opgavekommissionen givet hver enkelt opgave et antal point for korrekt besvarelse. Pointene fordeles til en vis grad lige til hver delopgave. Der tages for eksempel hensyn til, at særligt arbejdskrævende opgaver tildeles lidt flere point.

Begrundelsen for at tilstræbe ligelig fordeling af point på de enkelte opgaver er, at svære og lette opgaver ikke nødvendigvis er de samme for alle elever, og at der ikke er noget matematik, der er finere, fordi det er svært. Opgaverne skal afspejle prøvebekendtgørelsens udmøntning af Fælles Mål 2009 og vurderes herefter. Desuden vil det skabe problemer, hvis

svære opgaver giver flere point end lette. Med den form for omsætningstabel, der bruges, vil det betyde, at det bliver svært at opnå den i karakterbekendtgørelsen tilstræbte fordeling af karaktererne.

Alle spørgsmål kan ved en ligelig pointfordeling vurderes ensartet:

- Tre-fire point for den fuldendte eller næsten fuldendte besvarelse.
- To point for en besvarelse, der i princippet kan være rigtig, men med en regne-/aflæsnings-/skrivefejl undervejs eller uklar kommunikation til en ellers rigtig besvarelse.
- Et point til de elever, der har skrevet rigtig facit uden tekst/mellemregning, eller til besvarelser med elementer af rigtige tanker.
- Nul point, hvis der ikke er arbejdet med opgaven, eller hvis det skrevne er uden mening.

Pointfordelingen offentliggøres på Skolestyrelsens hjemmeside dagen efter prøvens afholdelse.

Et antal beskikkede censorer deltager i en forcensur, hvori der skal indgå vurderinger af mindst 2000 elevbesvarelser (i maj 2010 indgik over 5000 ved FSA og over 3000 ved FS10). Disse bearbejdes statistisk, og opgavekommissionen vurderer, om der skal ske justeringer i omsætningstabellen for at tage højde for eventuelle fejl eller lignende.

Under gennemlæsningen af elevbesvarelserne giver såvel censor som lærer et antal point for opgaverne. Karakteren kan aflæses i omsætningstabellen, men derefter vurderes den samlede besvarelse i et afsluttende skøn, som evt. kan rykke karakteren op eller ned. Ved den obligatoriske samtale kan den vejledende karakterbeskrivelse indgå.

7 skarpe til matematiklæreren

7 skarpe til matematiklæreren om de skriftlige prøver i matematik

Hvis du kan svare JA til de følgende spørgsmål, er dine elever godt på vej mod den afsluttende prøve i skriftlig matematik.

Kender dine elever prøvens opbygning?

Prøven i matematiske færdigheder består af 50 opgaver, der kun kræver et resultat og ingen udregninger eller begrundelser.

Prøven i matematisk problemløsning består af 25 til 30 spørgsmål fordelt på 4 til 6 opgaver. Næsten alle opgaver falder inden for et tema. Besvarelsen kræver ud over resultaterne også udregninger, begrundelser og vurderinger.

Prøverne ligger lige i forlængelse af hinanden uden pause.

Har I talt om de forskellige opgavetyper?

Færdighedsprøven: Opgaverne er opdelt i 4 grupper: Tal og algebra med ca. halvdelen af opgaverne og resten inden for geometri, statistik og sandsynlighed samt matematik i anvendelse. I de fleste opgaver er der et entydigt svar, evt. med forskellige skrivemåder. Der er meget lidt tekst. I nogle opgaver, fx konstruktioner og aflæsning på kort og diagrammer, er der flere løsninger.

Problemløsning: Der er en del tekst og illustrationer. Der er både opgaver, hvor en enkel beregning leder frem til resultatet, opgaver hvor der skal skrives en forklaring eller en vurdering, mere komplekse beregninger, hvor der ofte skal tage nogle valg om metode. Opgaverne følger et bestemt tema, men den sidste opgave kan være helt uden for temaet.

Har I talt om hjælpemidler og arbejdet med dem?

Færdighedsprøven: Kun skrive- og tegneredskaber som passer, vinkelmåler og lineal.

Problemløsning: Alle hjælpemidler er tilladte. Det vigtigste er, at eleven kun medbringer, det han eller hun kan have glæde af. For de fleste begrænser det sig til formelsamlingen med egne noter, en lommeregner eller computer samt evt. lærebogen. Nogle elever har desuden glæde af et matematisk opslagsværk, egne udførlige noter, et lærerfremstillet kompendium mv.

Har I arbejdet med faglig læsning?

Problemløsning: Afgangsprøven er en særlig genre, som eleverne skal have arbejdet med også rent læseteknisk.

Har I arbejdet med kommunikation?

Problemløsning: Det er ikke nok med et facit. Der skal regneudtryk, tekst, evt. valg af data og metode med.

Opgaver med undersøgelser skal rumme en redegørelse for, hvilke beregninger eller lignende, der udført og hvilken konklusion, der er draget heraf.

Den samlede besvarelse må gerne bestå af forskellige dele, fx et print fra en computer, håndskrevne sider, grafer tegnet på millimeterpapir, svararket. Der er ikke krav om at bruge kuglepen.

Har I gennemgået proceduren for aflevering af besvarelsen?

Efter 1 time afleveres færdighedsprøven. Der skal kun afleveres det udleverede ark og ikke udregningspapir mv.

Problemløsning: Eleven vælger de ark, der skal bedømmes. Der må kun afleveres en version af hver opgave. Det gælder også svararket. Hvert ark (en A4 side eller en foldet A3 side) nummereres, det samlede antal ark skrives, og eleven skriver under.

Der må ikke være flere eksemplarer af samme opgave.

Har du læst teksterne på www.skolestyrelsen.dk

De vigtigste tekster er prøvevejledningen og den årlige publikation: Prøver, evaluering, undervisning (PEU). Desuden er det godt at læse prøvebekendtgørelsen, karakterbekendtgørelsen, Vejledning om fravigelse af bestemmelserne ved folkeskolens afsluttende prøver og Orientering om folkeskolens afsluttende prøver 2010/2011.

Desuden kan du hente mere hjælp på matematikkonferencen i Skolekom, hvor du bl.a. kan finde forslag til løsninger, diskussioner om vurderinger, forslag til undervisningsforløb mv.

FSA – Matematiske færdigheder

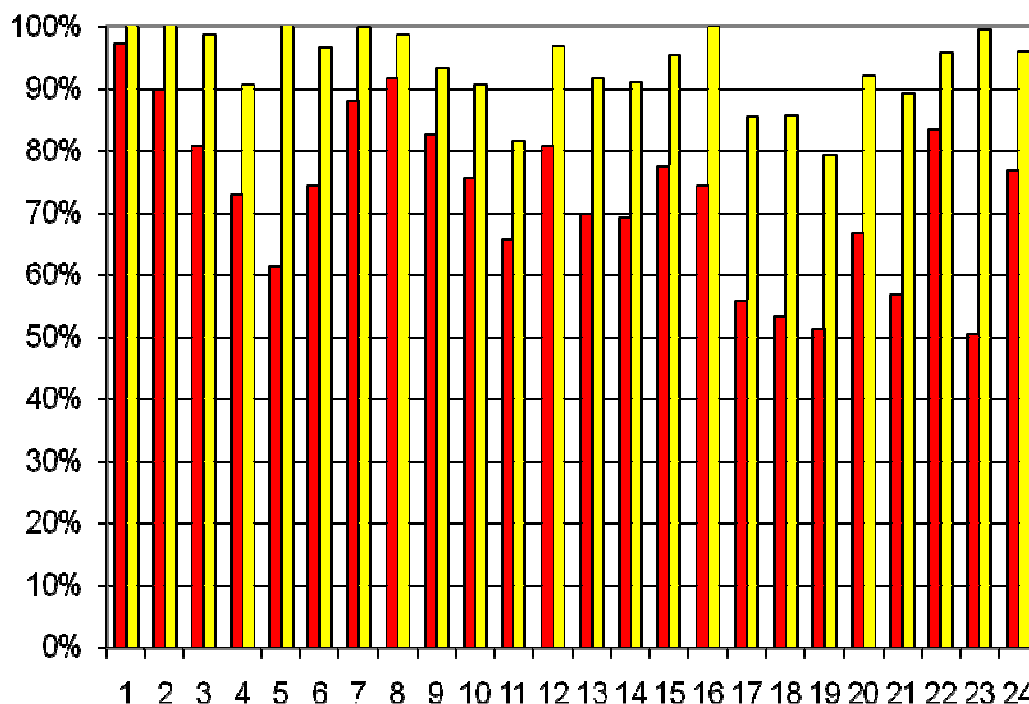
Opgavekommissionen har fortsat med at emneopdele de 50 færdighedsopgaver, således at det nye faglige område statistik og sandsynlighed har fået en selvstændig placering. Opgavesættet er af samme sværhedsgrad som de senere år, men der er nu opgaver, som ved første øjekast forekommer lette, men som faktisk er besværlige for elever, der er afhængige af en enkelt løsningsmetode, fx en indlært standardalgoritme, og giver elever med flere løsningsmetoder mulighed for at klare opgaven på en mere effektiv måde. Dette gælder ikke mindst de 4 første opgaver.

Generelt har eleverne klaret prøven godt. Kun 3,6 % af eleverne har 12 eller færre opgaver rigtige og hele 12,3 % har 47 eller flere rigtige. Det tyder på, at de danske elever har temmelig gode elementære færdigheder, i hvert fald som de fremstilles i denne prøveform.

Kommentarer til de enkelte opgaver

Ved læsningen af dette afsnit er det godt at have årets prøver i matematiske færdigheder ved siden af sig. De nedenstående statistikker er udarbejdet på basis af de 17 360 elevbesvarelser, der er indsamlet blandt de censorer, der anvendte Skolestyrelsens retteprogram. De mørke søjler viser andelen af korrekte svar, de lyse viser andelen af besvarelser af den enkelte opgave.

Tal og algebra



Det er positivt, at opgaverne hver for sig er løst korrekt af over halvdelen af eleverne.

Opgave 1-4

Elverne havde i år bedre resultater i de fire regningsarter end i 2009, og det skal bemærkes, at opgaverne var meget lig hinanden. Især er det gået meget bedre med division, hvor under 50 % havde opgaven korrekt sidste år.

Opgave 5

Det er ikke overraskende, at regningsarternes hierarki ikke er på plads hos ca. 38 % af eleverne.

Opgave 9-11

Ligningerne i år er næsten identiske med dem i 2009. Den første ligning blev løst af over 80 % af eleverne lige som sidste år, hvorimod den anden blev løst korrekt af lidt færre elever i år. Der er en bemærkelsesværdig, men positiv forskel ved den sidste, som under 50 % havde løst sidste år.

Opgave 14-15

Umiddelbart forekommer den sidste opgave at være sværest, men er alligevel rigtig hos flere elever end den første.

Opgave 16

Dette er en ny opgavetype, hvor algebraiske udtryk skal kædes sammen med en geometrisk figur, hvilket har sin rod i de trinmål, der netop skal forbinde tal og algebra med geometri.

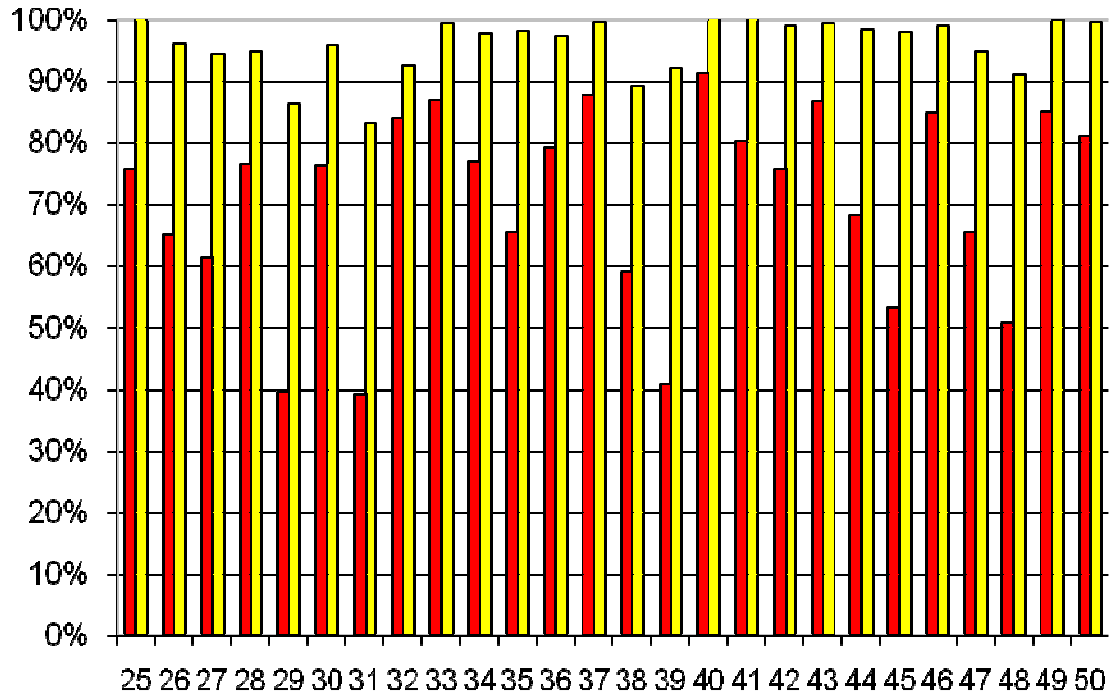
Opgave 17-19

Regning med brøker har altid været et problem for eleverne, så det kan anses for positivt, at over 50 % kan klare disse opgaver. Det er lidt bekymrende, at over 20 % af eleverne ikke har forsøgt at løse opgave 19, som måske er den letteste af de tre, hvis en grundlæggende forståelse af brøkbegrebet er til stede.

Opgave 23

Den sværeste opgave for eleverne i tal og algebra, men alligevel løst af 50 % af dem. Repræsentanter fra de gymnasiale uddannelser har ved et møde om matematiske færdigheder udtrykt glæde ved netop denne opgave og besvarelsen af den.

De tre øvrige områder



Geometri

Elevernes arbejde med disse 10 opgaver, der har udgangspunkt i trinmålene for dette område, viser tydeligt, at der skal mere fokus på arbejdet med geometri. Det vil også kunne ses på elevbesvarelserne af geometriopgaverne i problemløsning.

Opgave 29

Tallene på figuren lægger op til hovedregning. Men mange elever vælger at oversætte brøken i formlen til decimaltal. Hvis en elev har brugt 0,33 og derfor får resultatet 198 m^3 kan resultatet betragtes som rigtigt, hvorimod 0,3 brugt i formlen og giver 180 m^3 ikke kan accepteres.

Opgave 31

Denne opgavetype har været prøvet mange gange. For at hjælpe eleverne er der forud skrevet " $y =$ ", men alligevel har under 40 % kunnet finde forskriften for linjen.

Statistik og sandsynlighed

Opgave 35

Det er meget positivt, at 65 % af eleverne ikke overså eller lod sig forvirre af ordet *ikke* i denne opgave.

Opgave 39

Ikke overraskende var denne opgave svær for eleverne, men i de nye mål er der lagt mere vægt på sandsynligheder baseret på statistiske undersøgelser, så opgavetypen er måske ny for en del elever.

Matematik i anvendelse

Flere af de opgaver, der gives under denne overskrift, stiller krav til dem, der retter. Det er ofte opgaver taget fra virkelighedens verden, og aflæsninger og beregninger må anses for korrekte inden for et fornuftigt og passende interval. Det overvejes at melde ud, hvilke intervaller der er passende i disse typer af opgaver i rettevejledningen.

Opgave 42

En del elever gav svaret 67,5 kr. i denne opgave. Det er i denne sammenhæng et rigtigt svar. Opgaven her prøver ikke eleverne i korrekt skrivning af kronebeløb, men i tekstlæsning og omsætning mellem enkel brøk og decimaltal.

Opgave 44 - 45

Målingen på kortet giver resultater inden for et relativt stort interval. I den anden opgave har eleverne to muligheder: Regne videre på målingen i 44 gennem en beregning af målestoksforholdet, eller bruge målestokken under kortet til en ny opmåling. Derfor behøver der ikke være nøje overensstemmelse mellem de to resultater.

Opgave 48

Der lægges op til en overslagsberegning, og resultaterne 20 % og 21 % kan anses for korrekte svar.

Opgave 50

Aflæsningen er besværliggjort af en kurve tegnet med meget fed stregføring i et meget lille diagram, som det ofte er i virkelighedens verden. Derfor lægges der op til en aflæsning, der

er et overslag. Alle resultater fra og med 5 % til og med 6 % evt. med en decimal kan godkendes.

FSA – Matematisk problemløsning

Vurderingen af en elevbesvarelse i problemløsning er som tidligere omtalt meget mere end en kontrol af rigtigt svar. Forventningen er altså, at eleven i sin besvarelse redegør for sin proces for at komme frem til sit løsningsforslag. Det kan være i form af tekst, tal, regneudtryk, tegning mv. Denne redegørelse skal indgå i bedømmelsen og stiller krav til censor og faglærer i arbejdet med vurderingen af elevbesvarelsene.

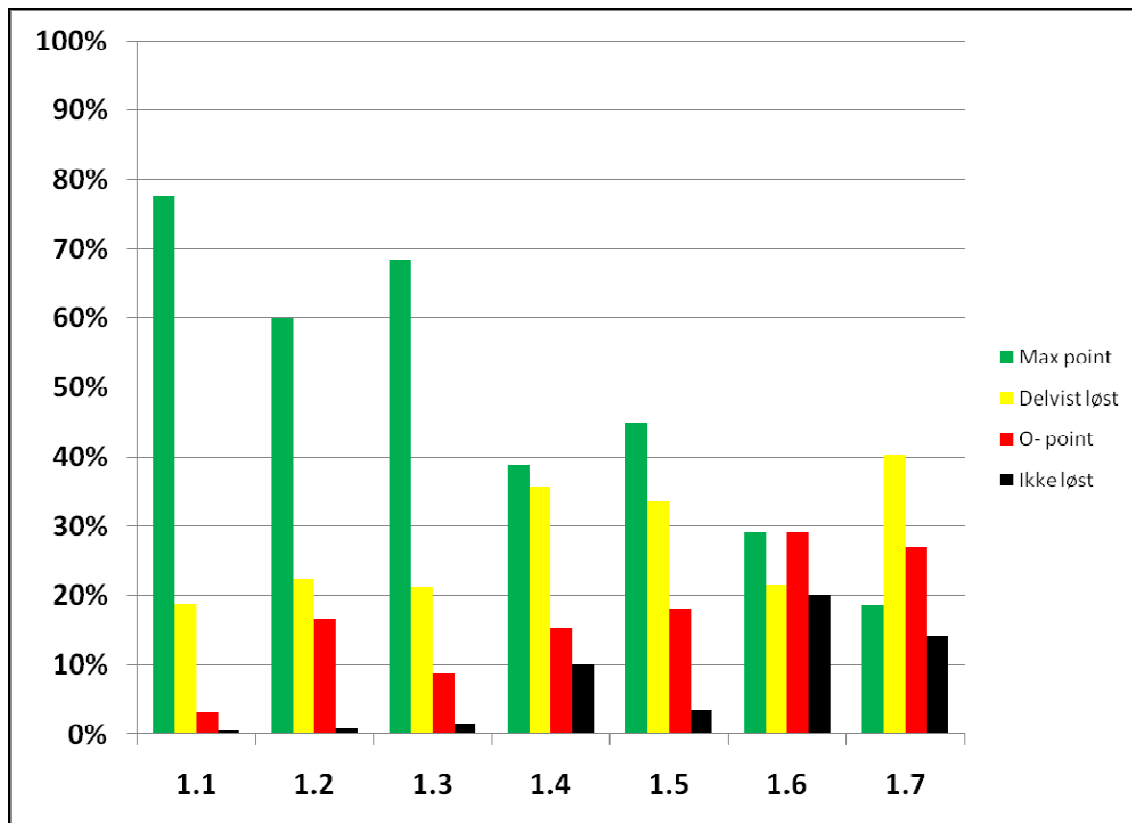
Det er ikke alle fejltypen, der nødvendigvis skal trækkes point fra, hver gang de optræder. Eksempler på disse fejltypen kan være for mange/få decimaler, forkert afrunding, forkert brug af benævnelser, forkert brug af lighedstegn og lignende. Optræder disse flere gange gennem en besvarelse, bør det overvejes kun at trække point en gang for den samme fejltypen, men det kan også indgå i den afsluttende vurdering. Således kan en elev, der har rigtige resultater til et 12-tal næppe få mere end 10, hvis opgavebesvarelsen i øvrigt er fuld af forskellige fejl af ovennævnte type.

Der er en hel del elever, der anvender computer ved prøven, men det spænder lige fra skoler, hvor ikke en eneste elev anvender computer, til skoler, hvor alle elever har arbejdet på en computer. De censorer, der anvendte Skolestyrelsens retteprogram, har angivet, at lidt over hver fjerde elev anvendte computer – lidt færre piger end drenge. Men der er ingen tvivl om, at langt de fleste stort set kun brugte computeren som skrivemaskine.

Kommentarer til de enkelte opgaver

Det vil være praktisk at have prøveoplægget ved siden af sig, når man læser de næste afsnit. De nedenstående statistikker er udarbejdet på basis af de over 16 000 elevbesvarelses, der er indsamlet blandt de censorer, der anvendte Skolestyrelsens retteprogram. I år har der været fokus på at undersøge, om der er forskelle på drenges og pigers arbejde med opgaverne set ud af bedømmelsen fra censorerne. Opgørelsen ud fra retteprogrammet kommer efter hver opgave.

Besøg i Eiffeltårnet



Opgave 1.1 – 1.3

De indledende opgaver prøver eleverne i faglig læsning af skemaer. Det er overraskende, at kun 78 % af eleverne kan læse skemaet og tekstens lige neden under, hvormed løsningen i 1.1 er en enkel afskrift fra et af skemaets celler. Åbningstidens længde i opgave 1.2 kan fint skrives "14:15". I opgave 1.3 er de typiske fejl at lade lærerne betale fuld pris, og/eller at to elever betaler fuld pris, idet man tror, at rabatprisen kun gælder multiplum af 10 elever. Det indbyder til, at faglig læsning tages op af matematiklæreren på alle klassetrin.

Elever, der fx beregner udgiften således: " $22 \cdot 9,90 + 2 \cdot 13,00$ " og derefter beregner rabatprisen korrekt i næste opgave med sammenligningen, bør kun trækkes få point i de to opgaver, da der blot er byttet om på opgaverne.

Opgave 1.4

Opgaven er sammensat af en beregning af besparelsen og en valutaberegning. Det betyder, at mere end 35 % af eleverne kun har opgaven delvist rigtig. Valutaberegningen var der betydeligt flere elever, der klarede, end den fortsatte læsning af priserne i skemaet.

Opgave 1.5

Det autentiske diagram betyder, at eleverne i aflæsningen er nødt til at arbejde med afrundede tal, hvilket betyder, at resultater inden for et passende interval må anses for korrekte.

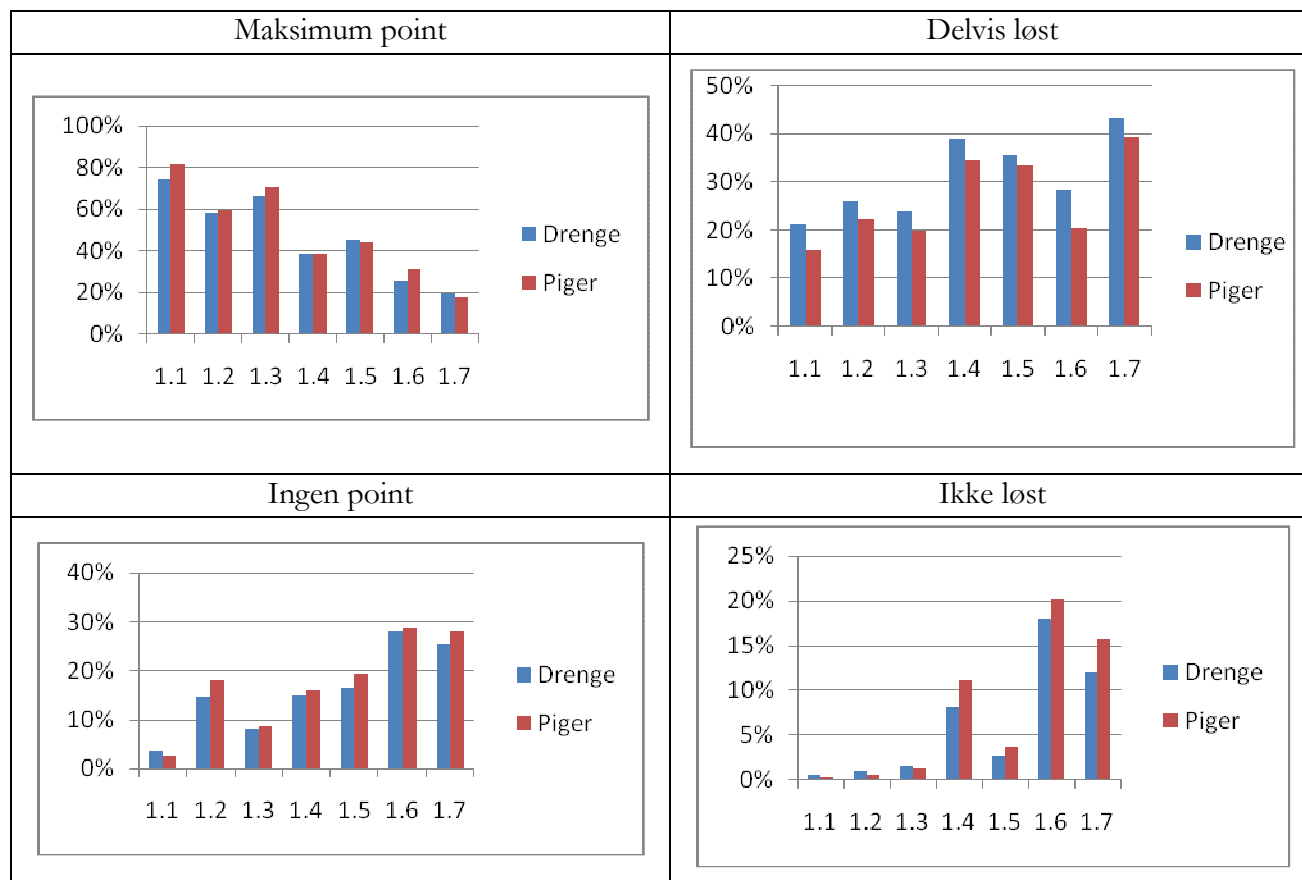
Opgave 1.6 – 1.7

Der er mange programmer til computeren, der gør det enkelt og let at fremstille forskellige diagrammer ud fra et talmateriale. Det kan betyde, at eleverne ikke ved, hvordan diagrammerne fremstilles og dermed får sværere ved at læse dem. Opgave 1.6 prøver eleverne i deres forståelse af cirkeldiagrammets konstruktion. Forklaringen kan være at vise selve beregningen, men den kan også være rent verbal som: ”Jeg måler graderne for Vesteuropa. Så dividerer jeg med 3,6, fordi $3,6^\circ$ er 1 %, fordi 360° divideret med 100 giver $3,6^\circ$.” Selve beregningen behøver ikke at blive vist, men mange vælger at gøre det: ”Du ved at en cirkel er 360 grader og du ved at $\% = 100$, så siger du $100 : 360 \sim 0,277$. Så ved du nu at 0,277 er % af 1 grad. Så tager du din vinkelmåler og måler hvor mange grader at Vesteuropa udgør af hele cirklen og det er 205 grader. Så siger du $205 \text{ grader} : 0,277 = 56,94 \%$ ”

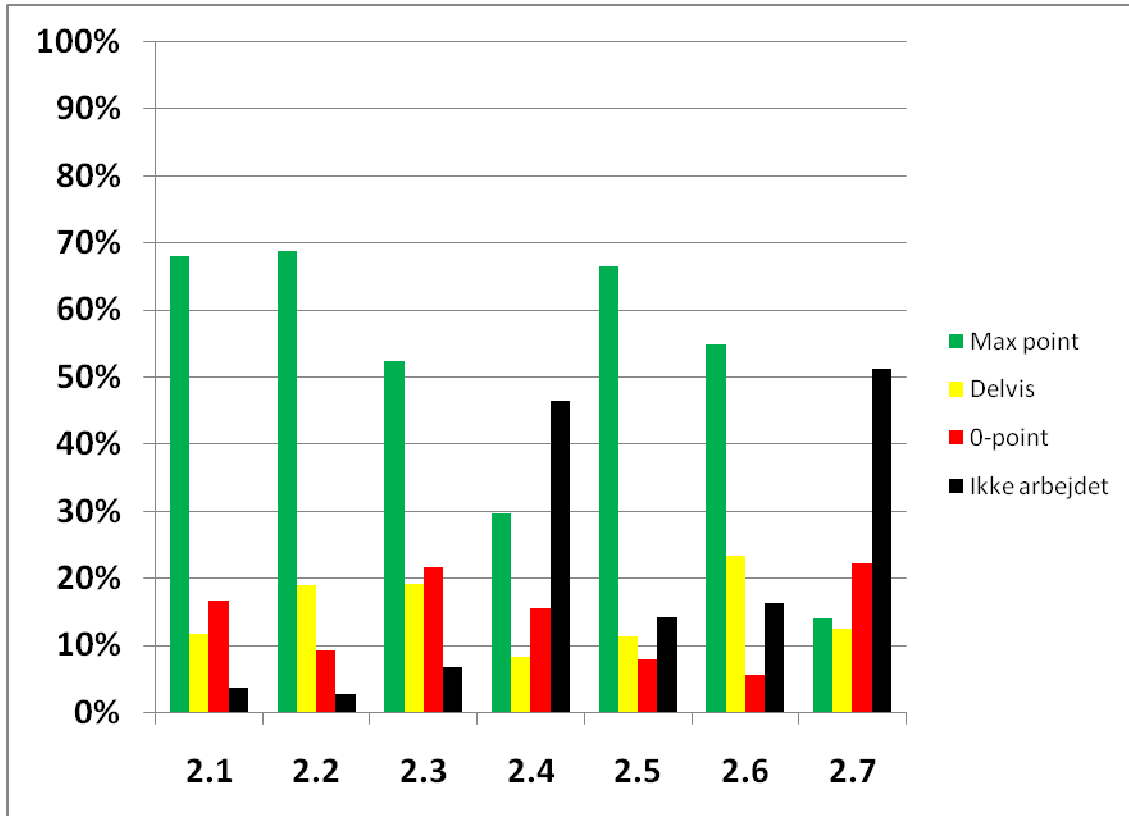
I opgave 1.7 er den dobbelte procentberegning en stor udfordring for mere end 80 % af eleverne, men mange får point for at beregne den ene del af opgaven.

Kønsforskelle i opgave 1

I skemaet herunder er resultaterne af vurderingerne af elevernes besvarelser fordelt på køn. Bortset fra nogle enkelte opgaver er forskellene ikke markante. Det ser dog ud til, at en lidt større andel af pigerne får fuldt pointtal for deres besvarelser end drengene, men at det forholder sig modsat, når vi ser på andelen af eleverne, der ikke løser opgaverne. Det viser måske, at flere piger er lidt bedre inde i stoffet end drenge, men at der tilsvarende er flere piger, der tilsyneladende giver op på forhånd.



Bygningen af Den Kinesiske Mur



Opgave 2.1 – 2.2

Eleverne prøves i at finde de relevante tal i den relativt korte tekst med mange tal, der ikke skal bruges.

Opgave 2.3 – 2.4

Første opgave viser, at en stor gruppe elever ikke kan håndtere arealformlen for trapezet, og at større gruppe har problemer at forstå selve opgaven. I 2.4 skal eleverne arbejde videre med arealet for at finde massen. Men da resultatet er opgivet i teksten, er der mulighed for at regne baglæns, selv om man ikke har fundet arealet. Tilsyneladende har meget få elever kunnet anvende denne hjælp, og det er forbavsende, at hele 47 % ikke har forsøgt at løse opgaven. Det kan hænge sammen med, at der er flere spring fra areal til rumfang (som ikke nævnes) og videre til masse.

Opgave 2.5 – 2.7

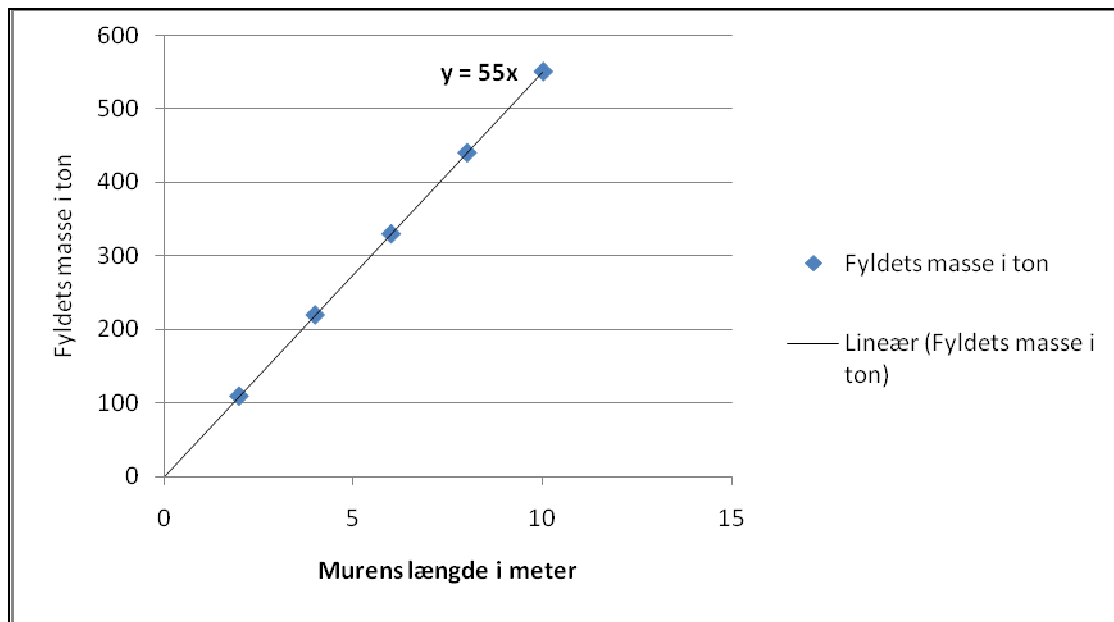
Opgaverne 2.5 og 2.6 er færdighedsprægede, og over halvdelen har begge opgaver rigtige. Det kan forbavse lidt, at en hel del elever ikke kan tegne grafen, selv om deres tabel er korrekt. Men i 2.7 går det galt: Over 50 % prøver ikke at finde en funktionsforskrift. Det kan

hænge sammen med selve ordet, idet nogle elever kun kender til ordene forskrift og/eller ligning, men det er næppe sandsynligt, da den tilsvarende opgave i færdighedsprøven kun blev løst af 40 %. Et grundigt arbejde med funktioner i forskellige repræsentationer og arbejde med højresiderne i formelsamlingen kan måske bedre resultaterne i denne type opgaver.

Elever, der anvender computer kunne forholdsvis let løse disse tre opgaver. Man kan selvfølgelig ikke se, om eleven helt har forstået sammenhængen mellem de tre repræsentationsformer, men til gengæld skal eleven kende programmet godt. Her er et forslag udarbejdet i et regneark:

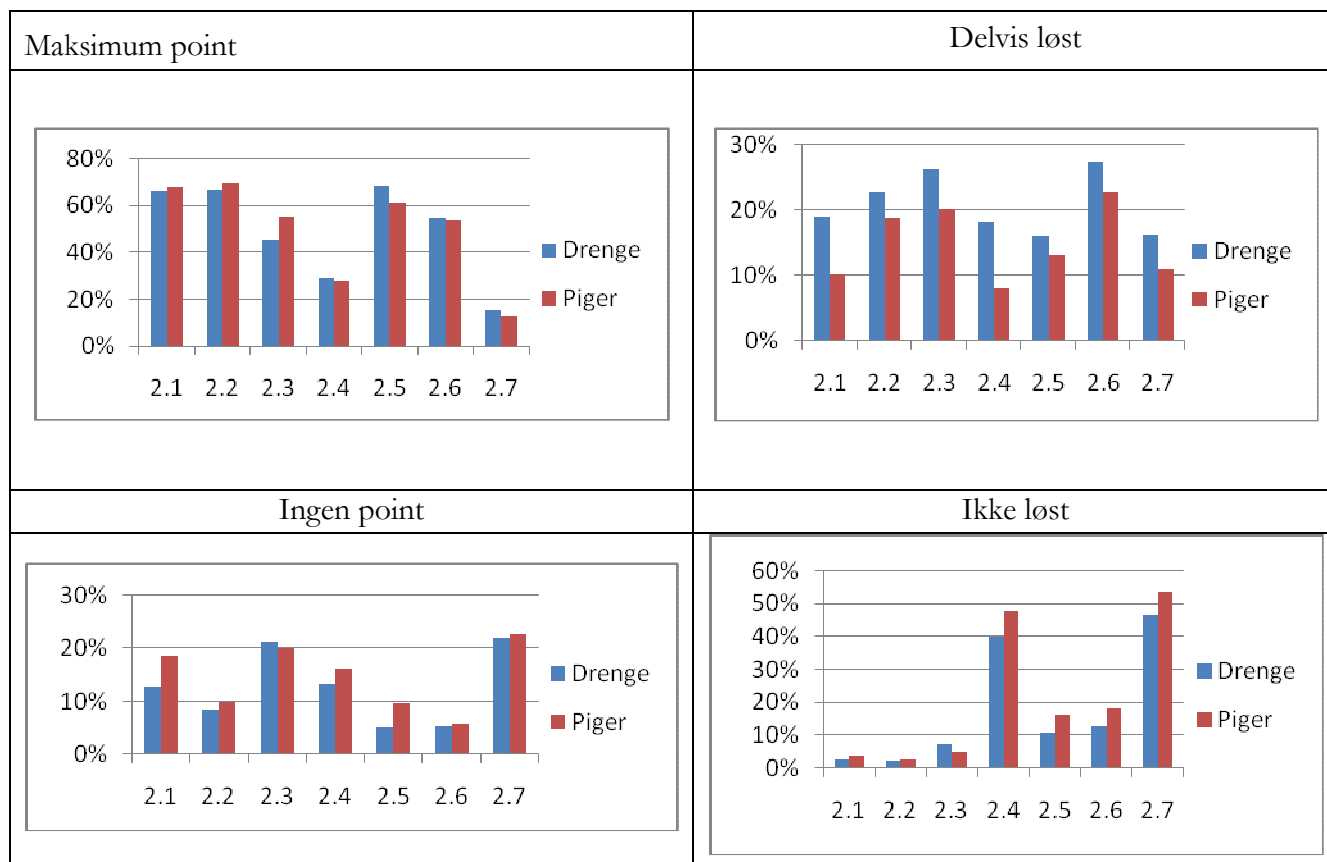
Opgave 2.5 - 2.7

Murens længde i meter	Fyldets masse i ton
2	110
4	220
6	330
8	440
10	550

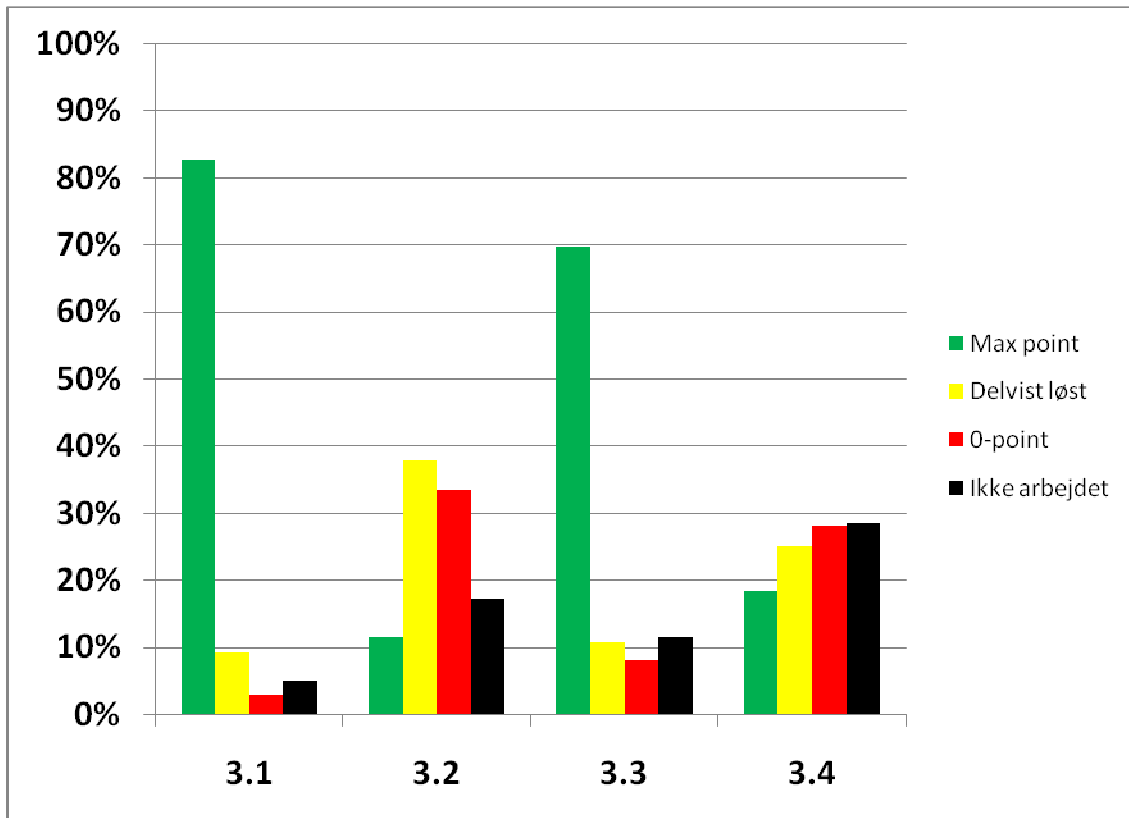


Kønsforskelle i opgave 2

Denne opgave viser den samme tendens som i opgave 1: Flere piger end drenge klarer opgaverne, mens der er en større gruppe piger, der giver op over for opgaverne. En markant forskel er der i opgave 2.3, hvor flere piger end drenge finder og korrekt anvender formelen for arealet af et trapez. En anden markant forskel er, at en meget større andel af piger end drenge opgiver beregning af massefylde (2.4) og at finde funktionsforskriften (2.7). Det skal bemærkes, at de to første opgaver, der kræver en del faglig læsning, er klaret stort set lige godt af piger og drenge.



Panamakanalen – en genvej



Opgave 3.2

Tidsberegninger er generelt svære for eleverne, og da der indgår en relativ svær beregning af tiden, og opgaven ellers handler om fart, er det ikke overraskende, at kun lidt over hver tiende elev har løst opgaven korrekt. Hovedproblemet er, at mange elever udregner tiden med decimaler uden at tage hensyn til, at der kun går 60 minutter på en time. Muligvis kan en del elever have hjælp af at udvikle en løsningsstrategi til opgaver af denne type ved at anvende et matematisk skriveværktøj. Her er et eksempel skrevet i et tilføjelsesprogram til det mest udbredte tekstbehandlingsprogram:

3.2

Gennemsnitsfart i Panamakanalen

$$\text{Tid i kanalen: } 24 - \left(18 + \frac{35}{60}\right) + 1 + \frac{13}{60} = \frac{199}{30}$$

$$\text{Hastighed: } \frac{81}{\frac{199}{30}} = \frac{2430}{199} = 12.2110552763819$$

Hastigheden i kanalen er **ca. 12 km/t.**

Opgave 3.3

Opgaven er lige som 3.1 en relativ nem opgave for de fleste elever.

Opgave 3.4

Denne opgave stiller store krav til eleverne, bl.a. fordi der skal hentes oplysninger fra hele siden. Herunder er der 4 eksempler på besvarelser:

Beregning af tidsbesparelse:

Tidsforbrug ved rute syd om Latinamerika:

$$36\,400 : 37,04 : 24 = 40,94672426$$

Turen tog ca. 41 døgn.

Tidsbesparelse:

$$41 - 13 = 28$$

Vædderen sparede ca. **28 døgn.**

3.4 Antal døgn ved sejlads nedenom Sydamerika:

$$(25\,200 : 37,04) : 24 \text{ døgn} \approx \mathbf{28,3 \text{ døgn} \approx 28 \text{ døgn}}$$

Hvis Panama, så sejler de pr. døgn (11 200 : 13) km.

$$\text{Turen nedenom Sydamerika tager } 36\,400 : (11\,200 : 13) = 42,25 \text{ dg.}$$

$$\text{Besparelse gennem Panama } (42,25 - 13) \text{ dg} = \mathbf{29,25 \text{ dg}}$$

Syd om tager $36\,400 : 11200 = 3,25$ gange så lang tid.

Det er $3,25 \cdot 13 \text{ døgn} = 42,25 \text{ døgn}$.

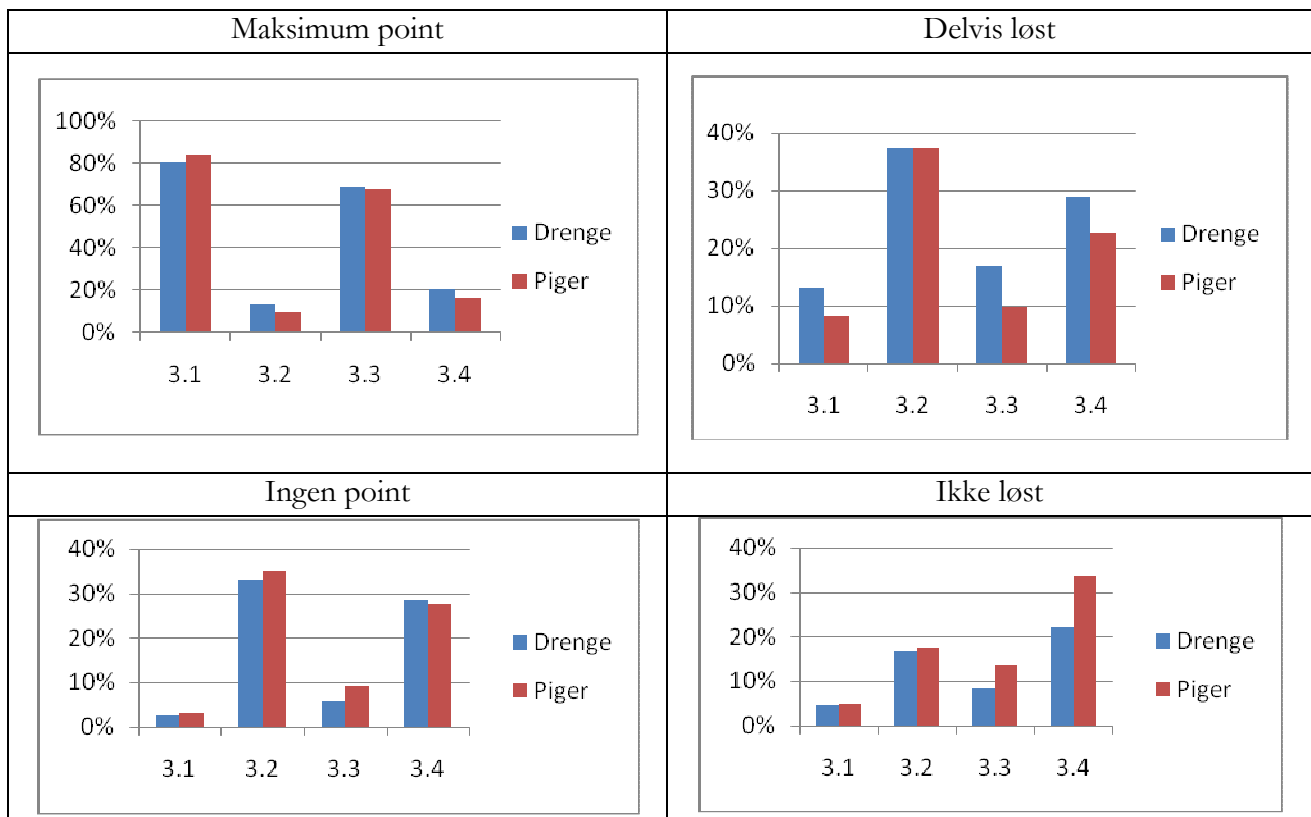
$$\text{Besparelsen er } 42,25 - 13 = \mathbf{29,25 \text{ døgn}}$$

Principielt er alle besvarelser til fuldt point. Layoutmæssige mangler kan lægges over til det afsluttende skøn over hele besvarelsen. Nogle vil indvende, at de to sidste løsningsmetoder ikke tager højde for den noget lavere fart gennem Panamakanalen. Men der er under alle omstændigheder tale om brug af matematiske modeller, som mere eller mindre korrekt vil

kunne sige noget om virkeligheden. Man kan overveje at trække et enkelt point i de to sidste besvarelser, fordi eleverne ikke har gjort opmærksom på, at der ses bort fra den langsommere fart gennem Panama, men at beregningerne heller ikke siger noget om evt. dårligt vejr eller andet, der kan sænke gennemsnitsfarten.

Kønssforskelle i opgave 3

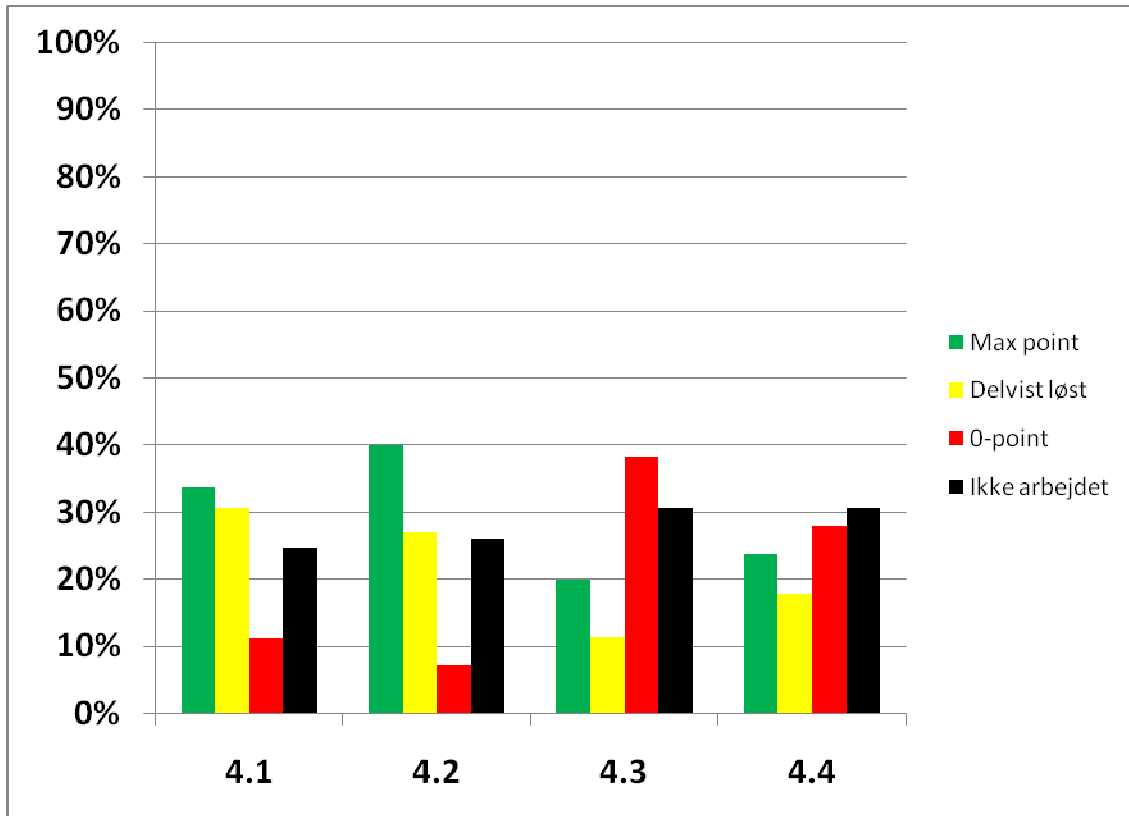
Der er ikke de store forskelle på piger og drenge besvarelser i denne opgave bortset fra, at markant flere piger end drenge ikke har arbejdet med 3.3 og 3.4, og omvendt når det angår af andelen af delvist korrekte besvarelser i samme to opgaver.



Solstråler i Pantheon

Som tidligere nævnt i kommentarerne til færdighedsprøven, har danske elever i øjeblikket lidt svært ved geometri. Mest overraskende er, at hver fjerde elev ikke har afleveret noget som helst til hele denne opgave. Lærerne bør nok i højere grad anvende dynamiske geome-

triprogrammer til undersøgende arbejde med geometri. Der findes adskillige velegnede programmer både til køb og til gratis download fra internettet.



Opgave 4.1

Det største problem for eleverne i denne opgave er målestoksforholdet. Enkelte elever har afleveret tegninger, der tydeligt er en kalkering af prøveoplæggets tegning.

Opgave 4.2

Hvis eleverne har tegnet de to retvinklede trekanter korrekt i en i øvrigt forkert tegning, får de fuldt pointtal for denne opgave, hvilket kan ses af diagrammet ovenover.

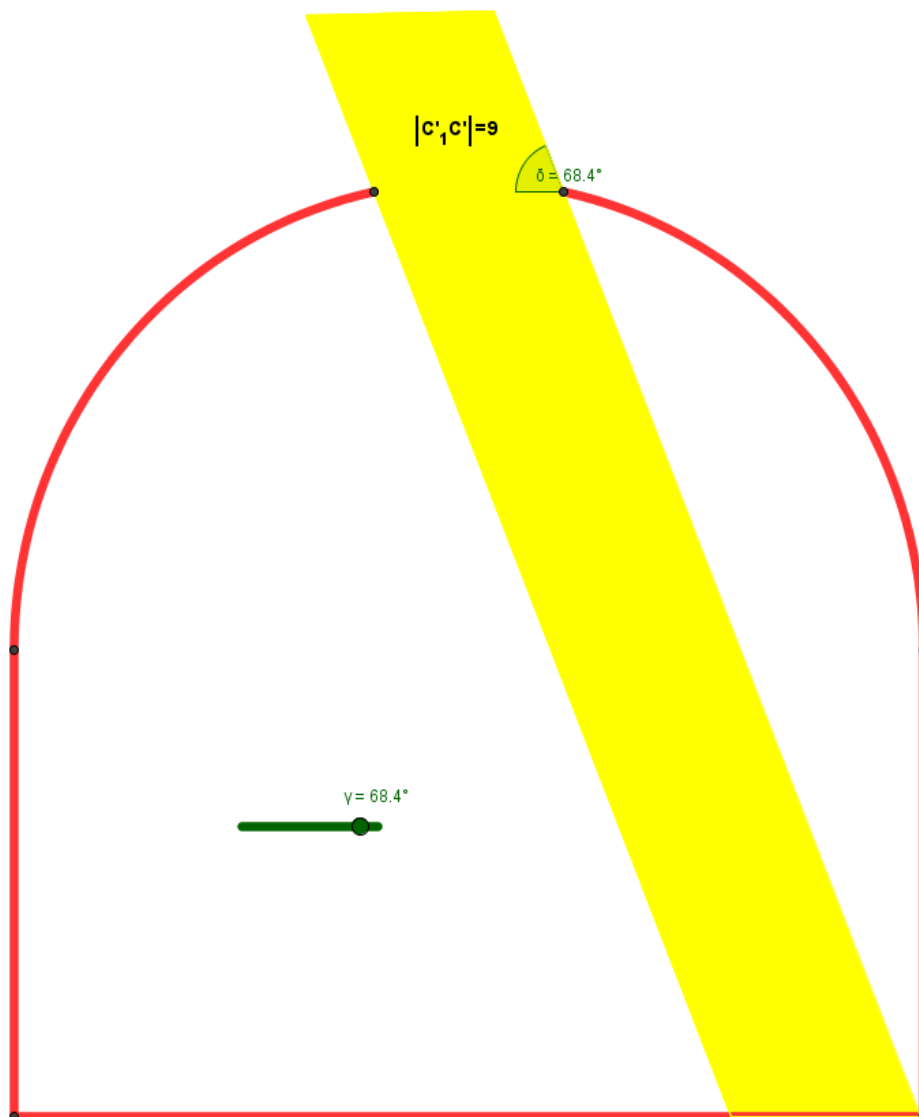
Opgave 4.3

Denne opgave kan løses på to måder. Den ene er ved måling på tegningen og omregning til virkelighedens mål. Har eleverne målt på de to trekanter tegnet i forkert målestoksforhold i den oprindelige tegning, får de fuldt point, såfremt deres beregninger er rigtige. Den anden måde er anvendelse af trigonometri. Det er dog ganske få elever, der har brugt sinus i denne opgave. Enkelte elever beregner buestykket over Oculus. Det giver et resultat på 9,07 m.

Denne beregningsmetode bør ikke fratrækkes point, da en usikkerhed på under 1 % ikke betyder meget i virkelighedens verden.

Opgave 4.4

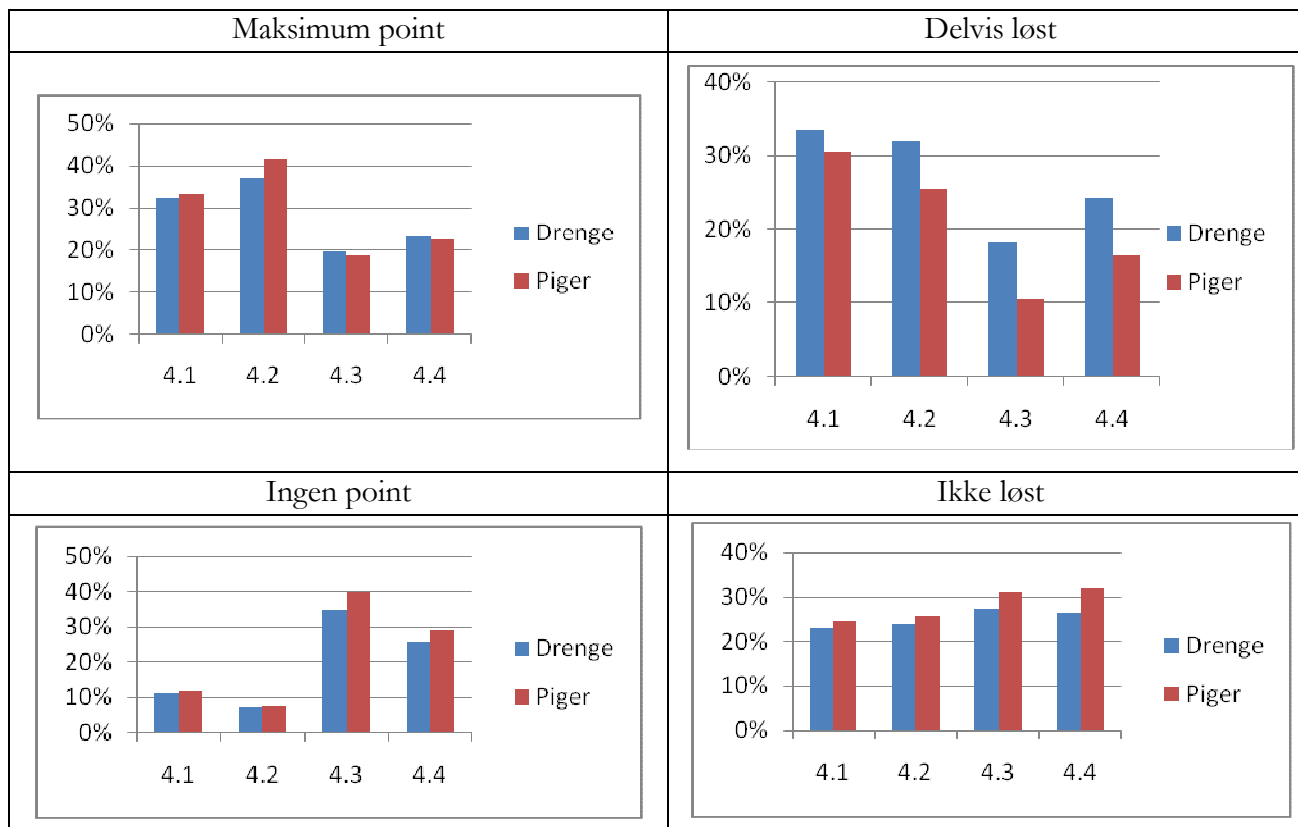
En undersøgelse kræver en begrundelse, så et svar som ja/nej kan ikke give point. Opgaven bør efter tegning af solstrålerne følges af en konklusion som denne: ” Ved at have indtegnet solens stråler på min tegning af Pantheon, kan jeg se, at JA solens stråler når at ramme gulvet.” Opgaven er oplagt at udarbejde i et dynamisk geometriprogram.



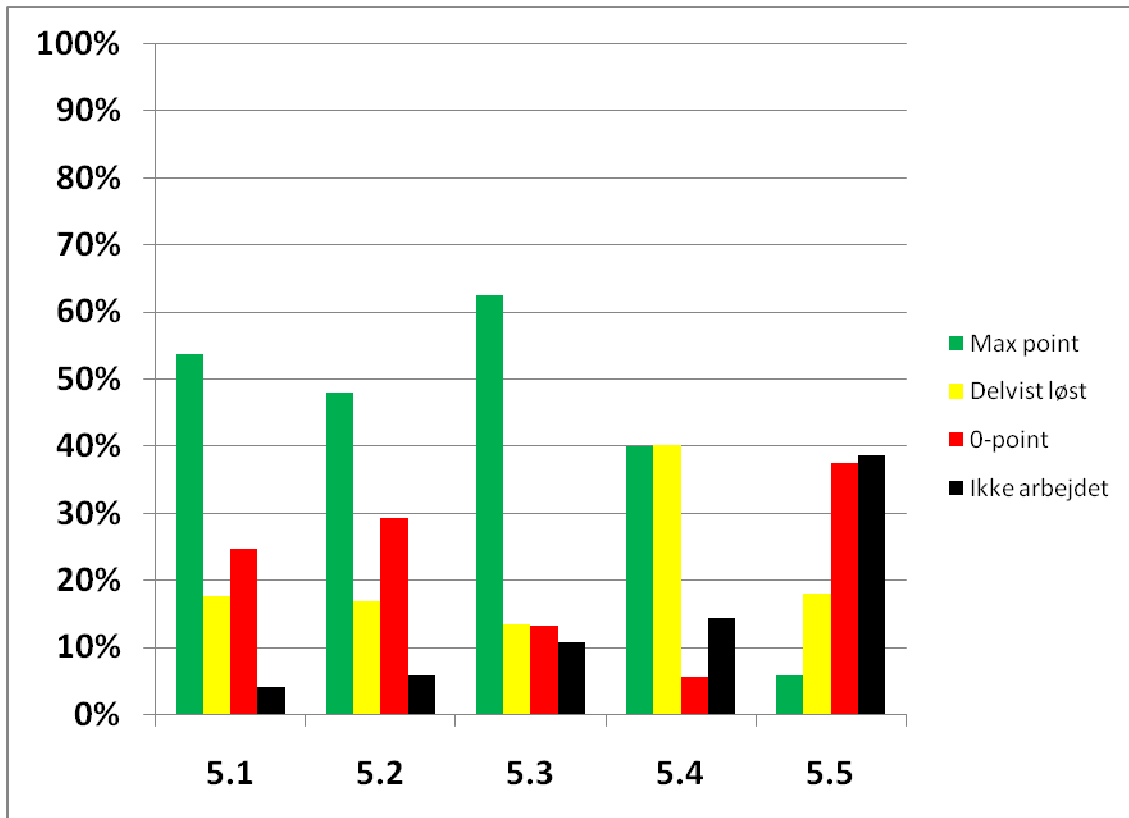
Den såkaldte skyder midt i billedet gør det muligt at ændre solstrålernes indfaldsvinkel, og dermed som på skærmdumpet finde vinkelen, når hele solstrålebundet rammer gulvet.

Kønssforskelle i opgave 4

Der er i denne opgave en væsentlig forskel på piger og drenge i andelen af delvist løste opgaver. Desuden ses mønsteret fra de andre opgaver: Flere piger end drenge har opgaven helt rigtig eller ikke arbejdet med opgaven.



En trappepyramide i centicubes



Opgave 5.1 – 5.2

I disse opgaver fik en hel del elever blandet ”lag” og ”trin” sammen. Den første opgave blev af mange besvaret med ”25”. I bedømmelsen er det vigtigt at se på elevernes begrundelse. Står der kun svaret 25, kan det ikke give point, men hvis der som begrundelse står: ” $1 + 8 + 16 = 25$ ” skyldes det, at eleven ser pyramiden som hul, og denne besvarelse bør højst koste et enkelt point. I opgave 5.2 bør der være en begrundelse, selv om den er meget enkel.

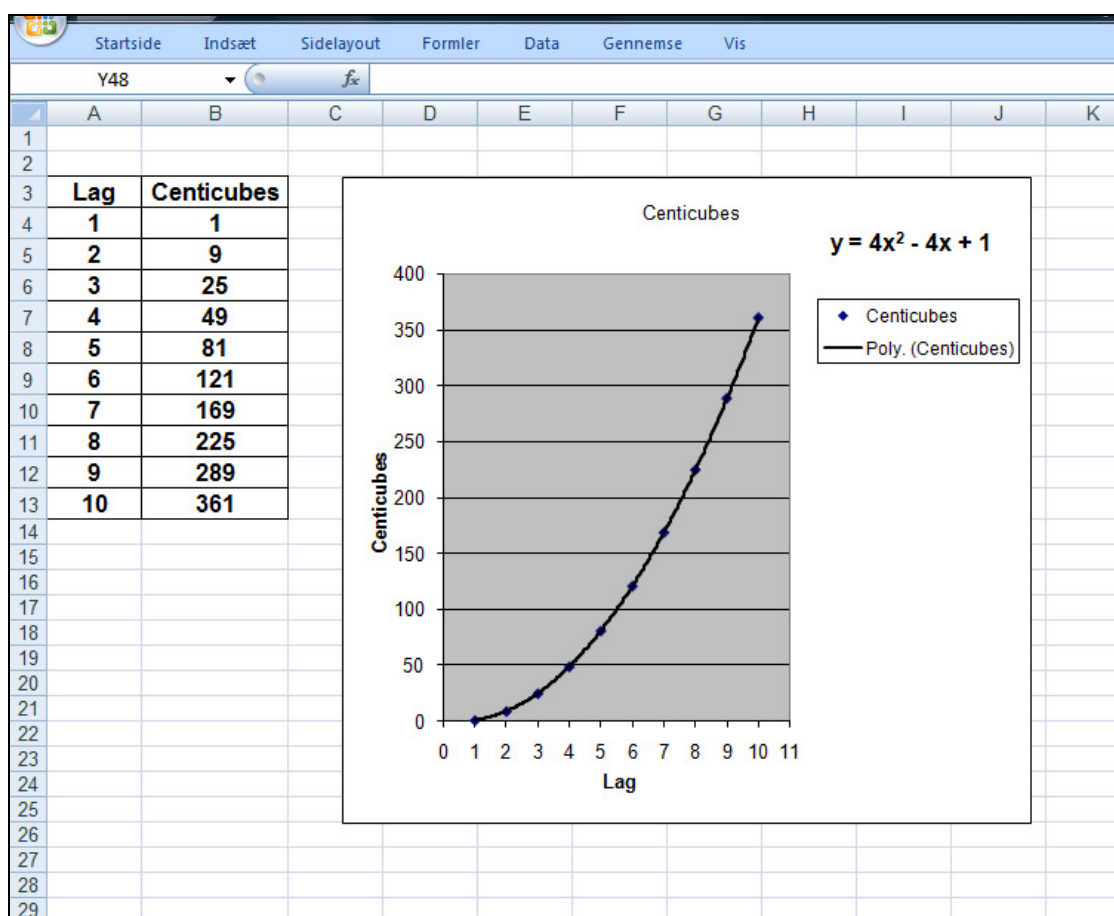
Opgave 5.3 – 5.5

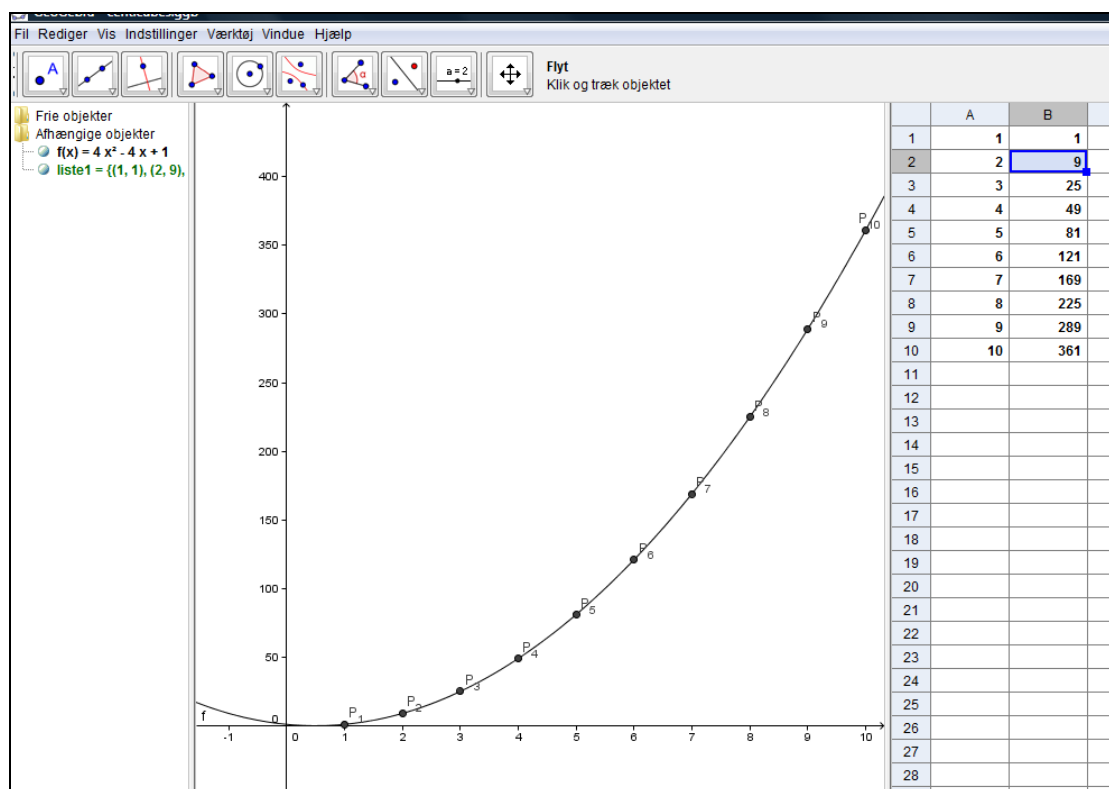
Disse tre opgaver ligner de tre sidste spørgsmål i opgave 2, men nu som en polynomisk funktion og i en mere vanskelig kontekst, så andelen af rigtige besvarelser er mindre. Især opgave 5.4 har givet en del diskussion. Formelt set skal der tegnes en punktgraf, men mange elever vælger at tegne den sammenhængende graf. Det må ikke føre til fratræk af point, da den sammenhængende graf kan opfattes som en tendenskurve og føre frem til løsningen af det sidste spørgsmål.

5.5 kan besvares rigtigt med fx: $(2n-1)^2$ eller $f(n)=f(n-1)+8(n-1)$. Også mere uformelle svar som ”Lag nr. $n = (n + \text{forrige lags nummer}) * (n + \text{forrige lags nummer})$ ” og ”Ved at gan-

ge 8 med et lag nr. ved du, hvor mange centicubes du skal lægge til antallet af centicubes, der var i det lag, du gangede med for at få, hvor mange der skal være i næste lag. Fx (lag nr. 3) $\cdot 8 + (\text{antal centicubes i lag nr. 3} = 25) = 49$ centicubes som skal være i lag 4.” kan give fuldt point. Elever, der er nået frem til, at sammenhængen har noget at gøre med ”at sætte i anden” eller kan se, at 8-tabellen spiller en rolle, skal have et eller flere point for deres besvarelse.

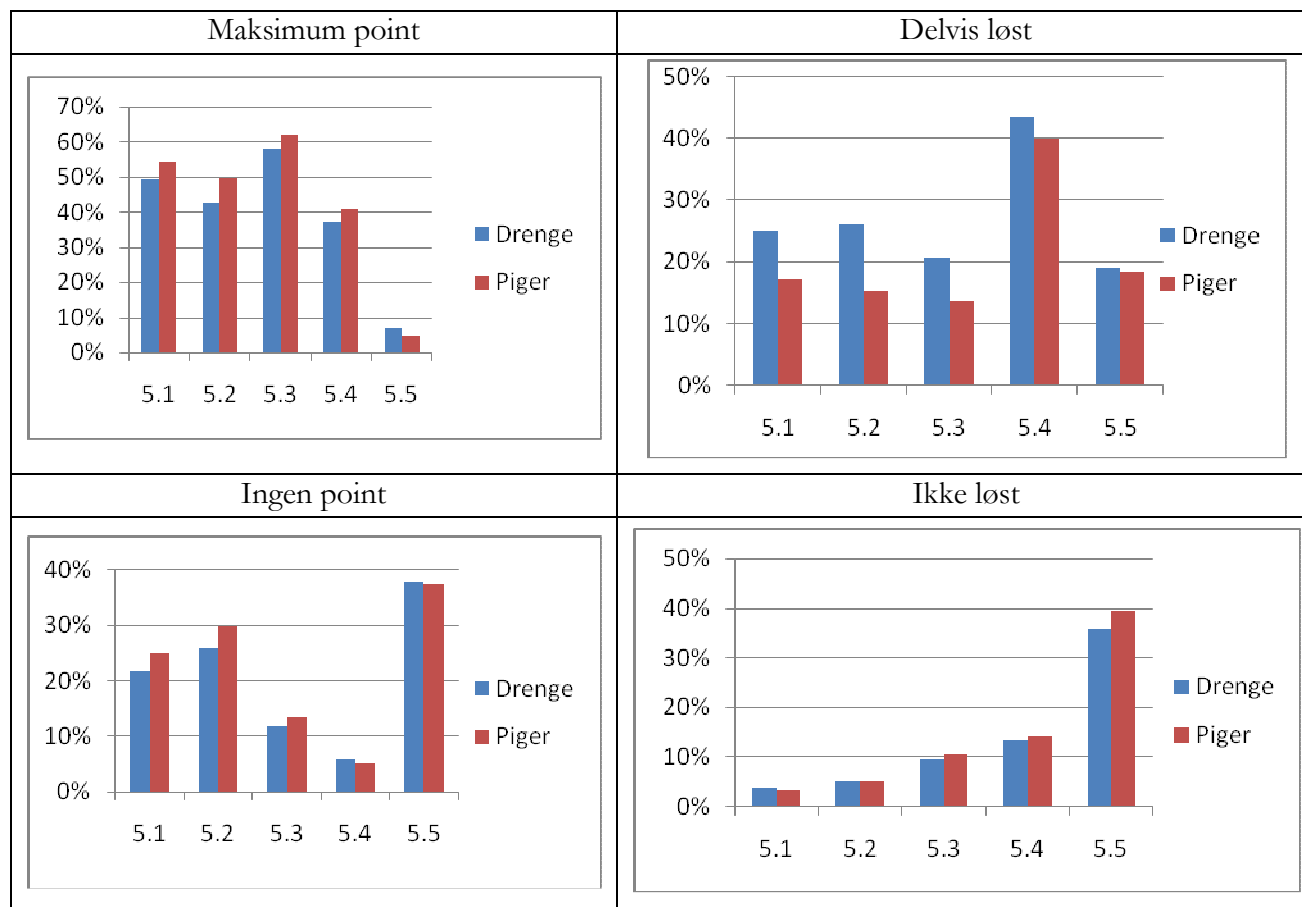
Brug af it vil gøre disse tre opgaver meget lettere tilgængelige. Herunder er svar dels i et regneark dels i et dynamisk geometriprogram.





Kønsforskelle i opgave 5

Piger klarer denne opgave en del bedre end drenge bortset fra den sidste opgave, hvor der skal findes en funktionsforskrift.



FS10 – Skriftlig matematik

Ved vurdering af elevbesvarelser i skriftlig matematik efter 10. klasse gælder de samme vurderingskriterier som til FSA (se prøvevejledningen). Vurderingen af en elevbesvarelse er således meget mere end en kontrol af rigtigt svar. Forventningen er, at eleven i sin besvarelse redegør for sin proces for at komme frem til sit løsningsforslag. Det kan være i form af tekst, tal, regneudtryk, tegning mv. Denne redegørelse skal indgå i bedømmelsen og stiller krav til censor og faglærer i arbejdet med vurderingen af elevbesvarelserne.

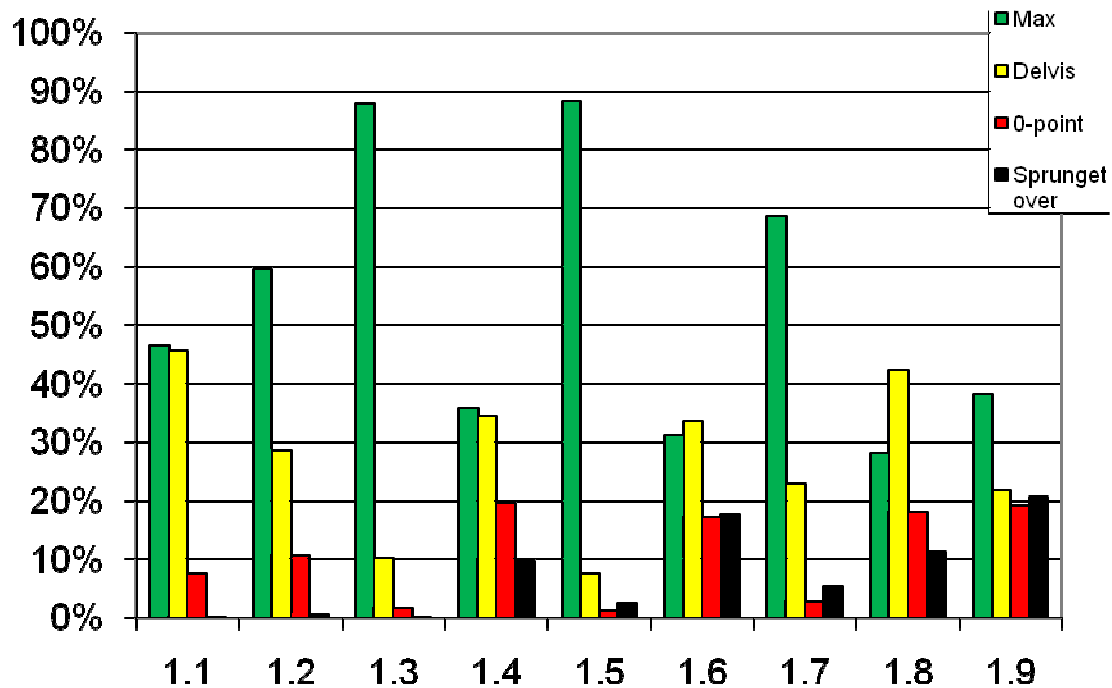
Det er ikke alle fejltyper, der nødvendigvis skal trækkes point fra, hver gang de optræder. Eksempler på disse fejltyper kan være for mange/få decimaler, forkert afrunding, forkert brug af benævnelser, forkert brug af lighedstegn og lignende. Optræder disse flere gange gennem en besvarelse, bør det overvejes kun at trække point en gang for den samme fejltipe, men kan også indgå i den afsluttende vurdering. Således kan en elev, der har rigtige resultater til et 12-tal næppe få mere end 10, hvis opgavebesvarelsen i øvrigt er fuld af formelle fejl af ovennævnte type.

Der er en hel del elever, der anvender computer ved prøven, men det spænder lige fra skoler, hvor ikke en eneste elev anvender computer, til skoler, hvor alle elever har arbejdet på en computer. De censorer, der anvendte Skolestyrelsens retteprogram, har angivet, at hver tredje elev anvendte computer, og at der var stor forskel på drenge og piger, idet mindre end 30 % af pigerne og mere end 37 % af drengene brugte en computer. Men der er ingen tvivl om, at langt de fleste stort set kun brugte computeren som skriveredskab.

Kommentarer til de enkelte opgaver

Det vil være praktisk at have prøveoplægget ved siden af sig, når man læser de næste afsnit. De nedenstående statistikker er udarbejdet på basis af de over 9 000 elevbesvarelser, der er indsamlet blandt de censorer, der anvendte Skolestyrelsens retteprogram. I år har der været fokus på at undersøge, om der er forskelle på drenge og pigers arbejde med opgaverne set ud af bedømmelsen fra censorerne. Opgørelsen ud fra retteprogrammet kommer efter hver opgave.

”Hej matematik” på Samsø Festival



Opgave 1.1 – 1.2

Tidsberegninger er svære for eleverne. Især den første opgave stiller store krav til elever og censorer. Hvis opgaven er forkert og helt uden begrundelse, kan der ikke gives point. Derimod bør man give fuldt point eller højst trække et for et rigtigt resultat uden begrundelse, da mange elever (og voksne) bruger fingrene til denne type optælling.

Her er nogle typiske svar med begrundelse:

- $2009 - 1989 + 1 = 21$
- $2010 - 1989 = 21$
- $2009 - 1989 = 20$

Løsning to bør højst fratrækkes et point, da man ikke kan se, om eleven har tænkt rigtigt, fx: ”Jeg gør det første årstal en større for at tage højde for, at både startåret og slutåret skal tælles med.”

I den anden opgave er udfordringen at beregne et tidsrum over flere dage. Resultatet kan opgives i timer og i hele døgn/dage og et antal timer. 40 % er ikke i stand til at beregne tidsrummet korrekt. Den typiske fejl er i antallet af døgn.

Opgave 1.4

Opgaven er kompleks med faglig læsning og beregninger af tid og fart. Der stilles krav til kommunikationen, og der bør være en konklusion.

Opgave 1.5 – 1.6

Disse opgaver kan prøve elevernes problembehandlingskompetence. Den første del af opgaven er let for eleverne, men nødvendig for den næste opgave. Der spørges ikke efter den korteste rute, og som i alle opgaver, der kræver tegning, må en tegning, der nogle steder er lidt udenfor de angivne veje, accepteres. Dog bør ruten ikke gå over vand eller flyveplads. I anden opgave er der ikke et målestoksforhold eller en målestok angivet. Det lægger op til, at eleverne kan anvende forskellige løsningsstrategier. De fleste elever, der har løst opgaven, vælger at finde forholdet mellem længden af de to ruter på kortet, mens relativt få beregner målestoksforholdet som i dette svar: ”7 centimeter på tegningen svarer til 10 km i virkeligheden. Så målestoksforholdet er 1:142 857. Min tegnede rute blev 12 cm, da jeg målte den, og derfor gangede jeg dette med 1,43. $12 \cdot 1,43 = 17,16$ km.”

Nogle elever bruger en form for øjemål: ”Den anden rute er ca. dobbelt så lang som den første, altså 20 km.” Denne løsning bør give point, men ikke fuldt point. Et svar som dette: ”Der er ca. 27,4 km til campingpladsen, kan ikke lige sige, hvordan jeg fandt frem til dette, men se kladden.” giver heller ikke mange point.

Opgave 1.7 – 1.8

I skærmdumpet fra Myspace anvendes et komma som tusindtal separator. Da der er tale om et oplæg fra virkelighedens verden, bliver den normale danske skrivemåde (lille mellemrum som separator) ikke anvendt. I den ledsagende tekst er dansk skrivemåde anvendt. Nogle elever vælger at fremstille et cirkeldiagram, hvilket ikke kan give fuldt point.

I 1.8 vælger en del elever at beregne procenttallet ud fra det antal afspilninger, de har arbejdet med i opgaven før og overser, at det samlede antal afspilninger er lidt højere og skal findes et andet sted på siden. Det bør kun medføre fratræk af et enkelt point, da opgaven primært skal prøve eleverne i procentregning og sekundært i faglig læsning.

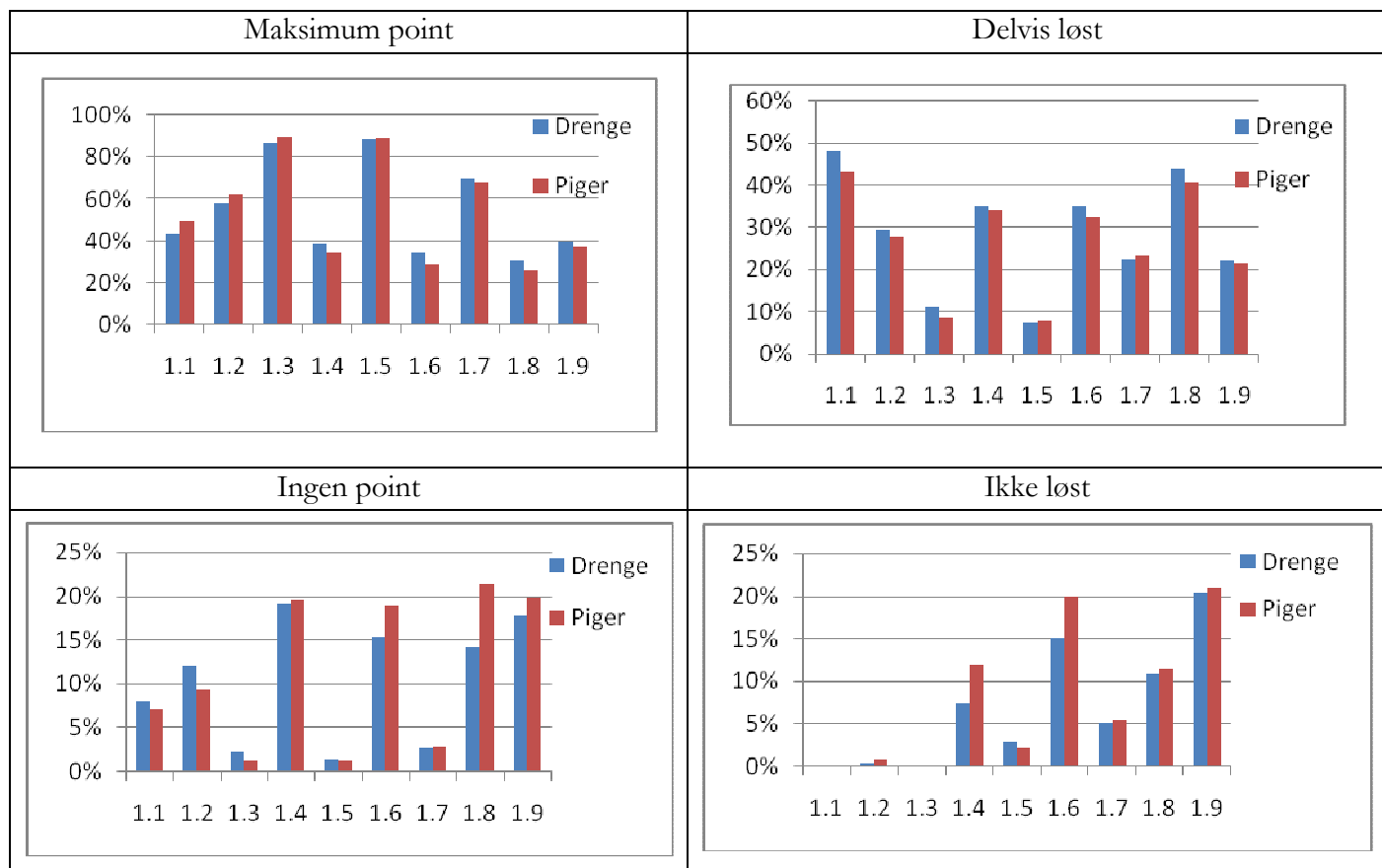
Opgave 1.9

Det er bekymrende, at under 40 % af eleverne kan beregne en relativ let stigning i procent. Den typiske fejl er ”at sætte det forkerte tal nederst”. Det kan give anledning til overvejelser om den måde, procentbegrebet og senere regning med procenter introduceres på.

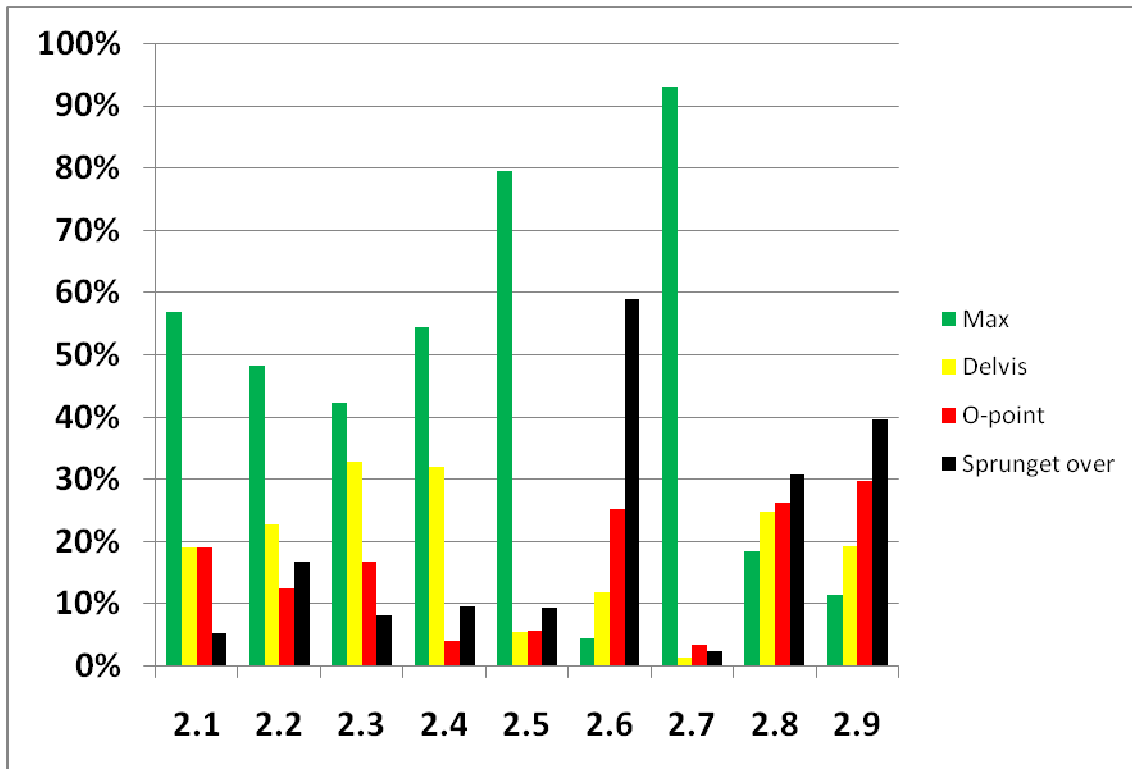
Opgaven stiller krav til censorer og faglærere, da resultaterne er næste ens, og regneudtrykket derfor er afgørende for vurderingen.

Kønsforskelle i opgave 1

Der er en tendens til, at de opgaver, flest elever har løst, klarer pigerne bedre end drengene. Der er en klar tendens til, at flere drenge end piger har opgaverne delvist rigtige. Der er betydeligt flere piger end drenge, der har opgivet at gennemføre de to undersøgelser i 1.4 og 1.6. Netop disse to opgaver stiller krav til elevernes kommunikationskompetence.



Affald på Roskilde festival



Opgave 2.1

Nogle elever bytter om på tallene, måske ud fra, at de gennem deres skoleforløb har fået udviklet en løsningsstrategi, der i dette tilfælde hedder, at store tal skal divideres med mindre tal. Det viser, hvor vigtigt det er at udvikle arbejdet med faglig læsning i matematik, og at eleverne helt fra skolestarten lærer at knytte regningsarterne til de forskellige problemtyper, de skal løse.

Opgave 2.3 – 2.6

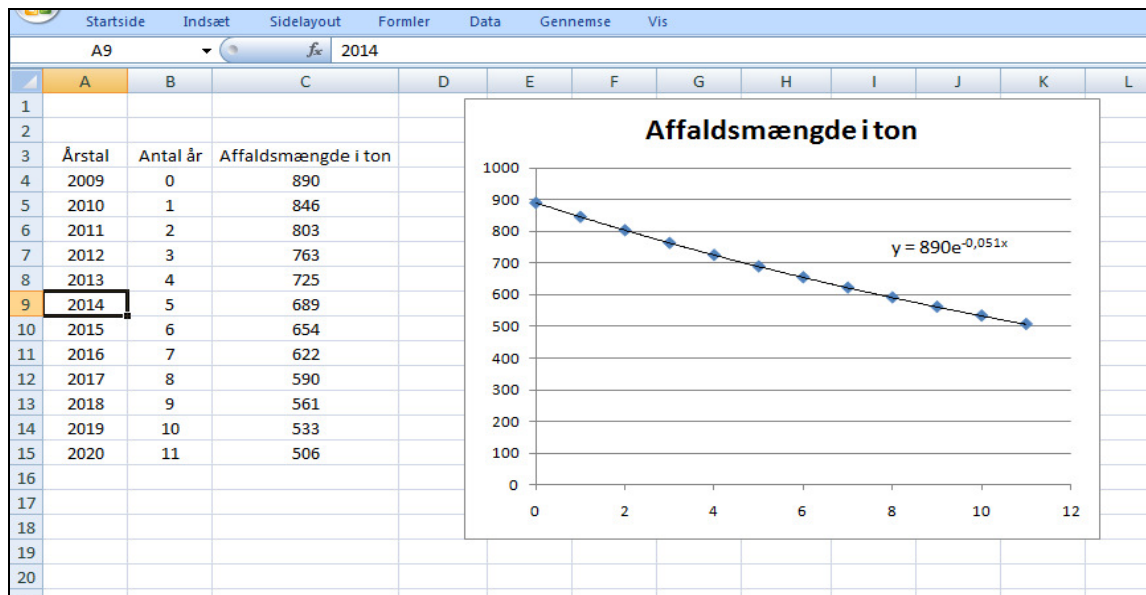
I den første opgave inviteres eleverne til at anvende et it-værktøj. Det er ganske få, der har gjort det fuldt ud for alle fire spørgsmål i denne gruppe. Til sidst i dette afsnit ses to løsninger udarbejdet henholdsvis i et regneark og i et dynamisk geometriprogram.

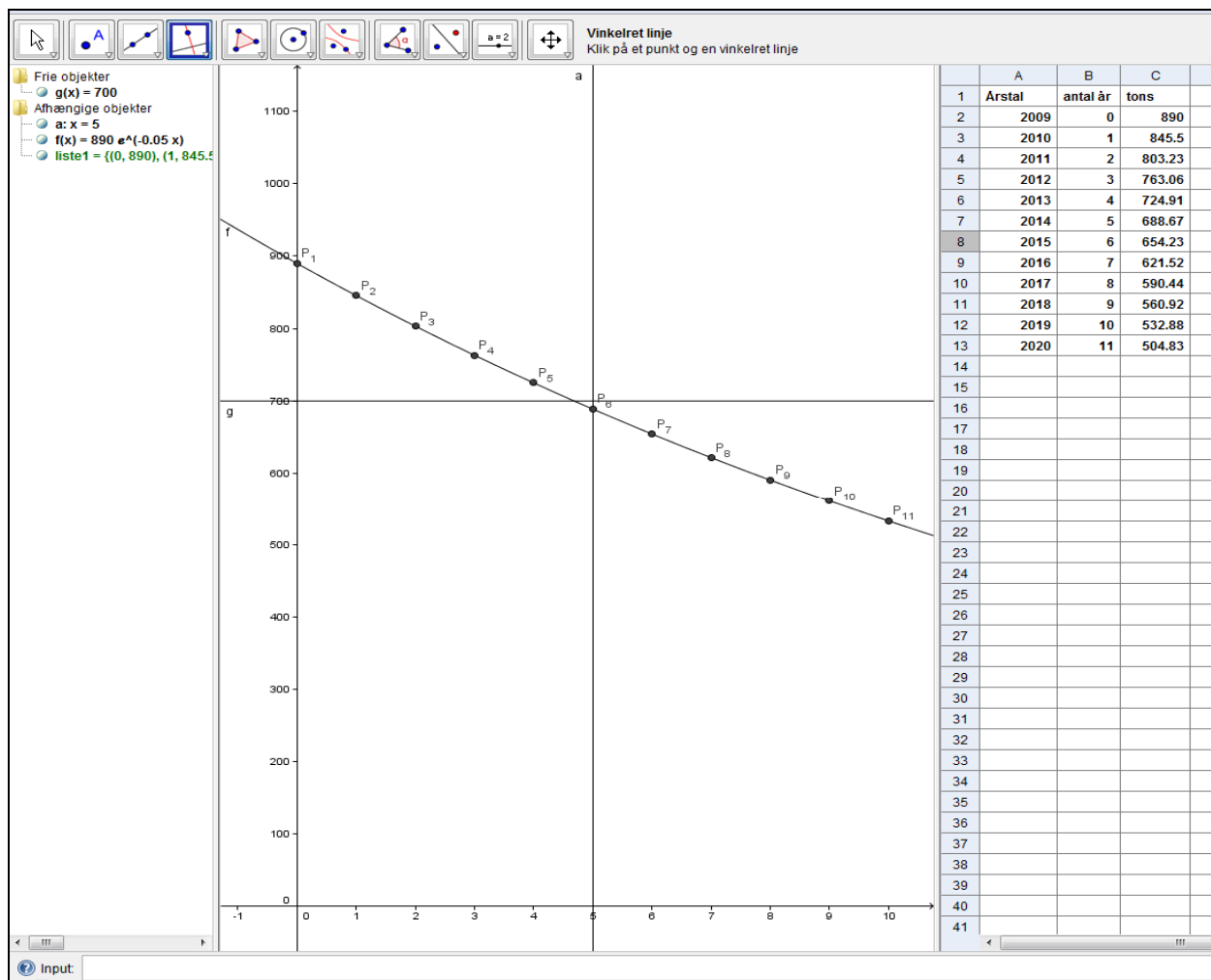
I den første opgave er den typiske fejl at foretage en lineær nedskrivning. Det giver point, men ikke fuldt point. Ved tegning af grafen får elever, der tegner på baggrund af en forkert tabel, alligevel fuldt point. Der er i denne opgave ikke krav om en punktgraf, da en tendenskurve er oplagt for løsningen af de sidste opgaver.

Desværre har næsten 60 % af eleverne sprunget sidste opgave over. Det ser ud til, at der skal arbejdes mere med repræsentationskompetencen i forbindelse med funktioner. I dette arbejde vil brug af it-værktøjer være en hjælp til både læring og udførelse af opgaver. Som

det kan ses af to nedenstående eksempler, er funktionsforskriften i begge programmer anderledes, end vi normalt ser det i Danmark. Men især det dynamiske geometriprogram skrives på en måde, der bør indgå i undervisningen.

Her er to løsningseksempler, der er minimalistiske, hvad angår ledsagende tekst, men dog fyldestgørende.





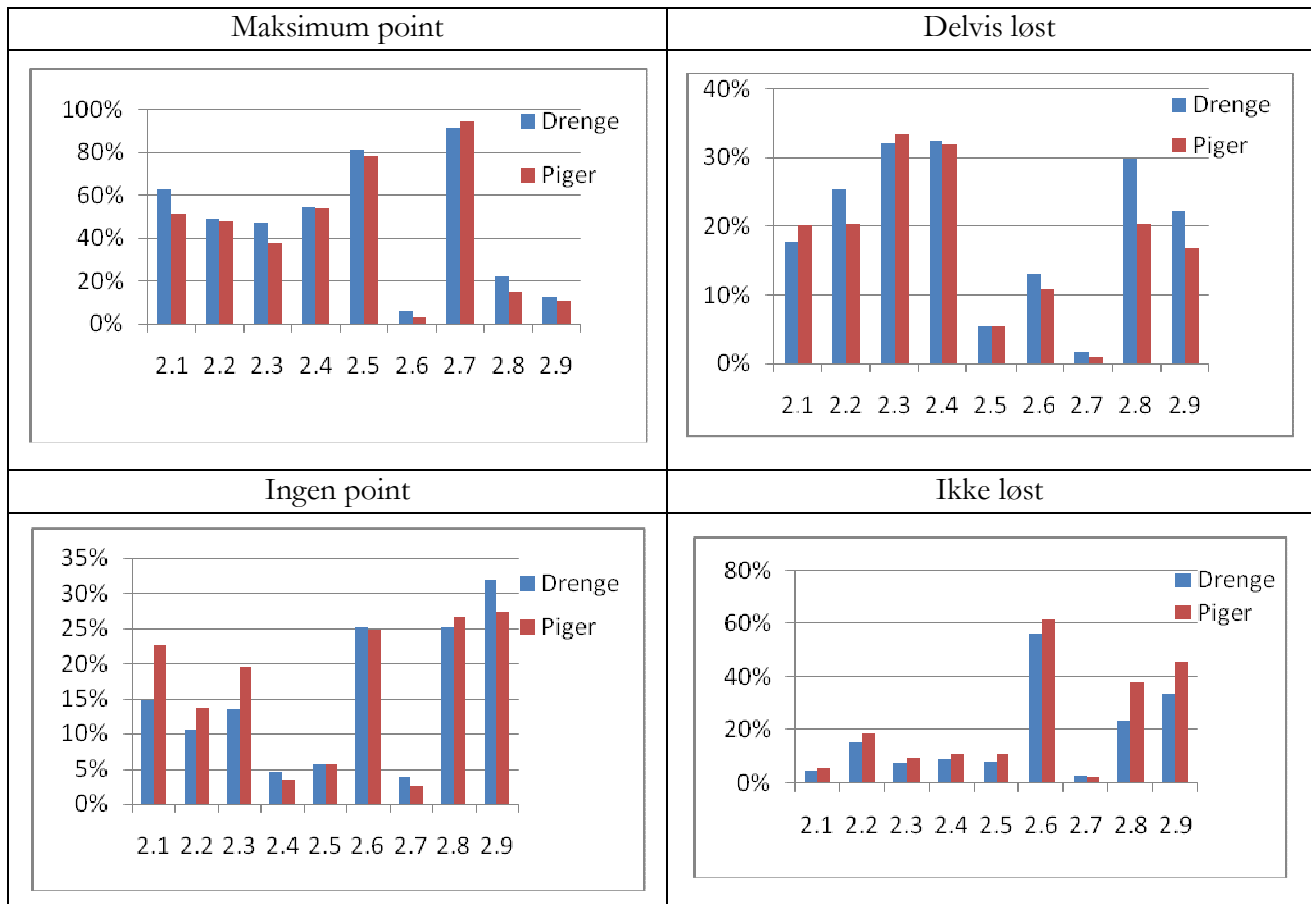
Opgave 2.7 – 2.8

Disse tre opgaver prøver eleverne i statistisk baseret sandsynlighed. Det enkle indgangsspørgsmål klares som forventet af langt de fleste elever. Anden opgave kræver en optælling dels af antallet af år (hvilket giver en del elever problemer, se opgave 1.1), dels af antallet af år med regnvejr. Umiddelbart ser det ud til at være en relativ simpel opgave, men alligevel har kun under en femtedel af eleverne gennemført en korrekt optælling og beregning.

Den sidste opgave giver anledning til en del overvejelser. Skal man bruge et chancetræ med sandsynlighedsberegningen fra den forrige opgave? Skal man tælle antallet af par af år med regn? Og i så fald: Skal det være i forhold til antallet af par af år i alt eller blot antallet af år i alt. Alle disse overvejelser vil føre frem til resultater, der må betragtes som korrekte. Der skal nok arbejdes mere med at redegøre for de valg, der tages undervejs i opgaveløsningen.

Kønssforskelle i opgave 2

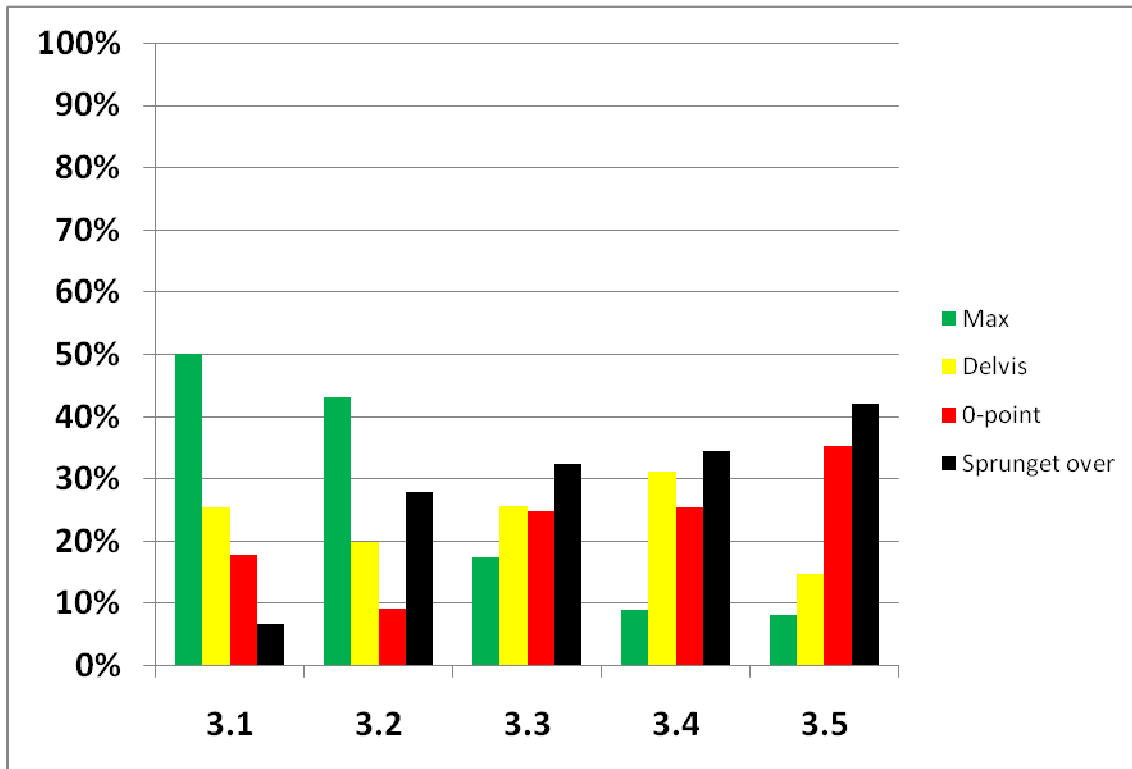
Denne opgave klarer flere drenge end piger korrekt. Om det skyldes temaet affald eller den matematik, der skal bringes i anvendelse, er svært at afgøre. Overraskende mange piger står helt af på de to sidste opgaver om statistisk sandsynlighed.



Overnatning på Skanderborg Festival

Geometriopgaven er for eleverne sættes sværeste. Der er, som kommenteret under FSA, nok for lidt fokus på geometri i undervisningen. FS10 opgaven i geometri er temmelig ordinær og burde som sådan ikke skabe store problemer for flertallet af eleverne. Muligvis ligger der nogle problemer med forståelse af de ledsagende tegninger.

Det er overraskende, at især elever, der anvender it til prøven, springer denne opgave over. Det kan skyldes, at deres arbejde med it udelukkende har været koncentreret omkring fx et regneark og ikke andre programmer, fx et dynamisk geometriprogram.



Opgave 3.1

Halvdelen af eleverne kan finde formelen for cylinderens rumfang, sætte korrekt ind og bruge det elektroniske hjælpemiddel korrekt.

Opgave 3.2

Tegning af denne figur vil ikke være meget nemmere i et dynamisk geometriprogram, men de næste beregningsopgaver vil blive lettere.

Opgave 3.3 – 3.4

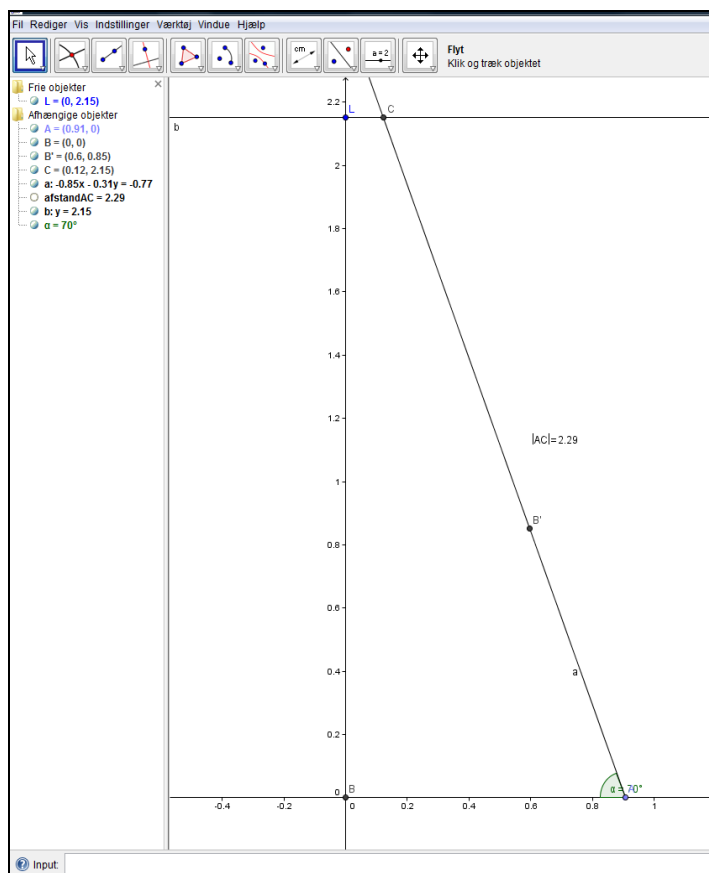
Mange elever har haft svært ved at læse de ledsagende tegninger og har kun beregnet på trekanten eller netop ikke regnet den med.

Opgave 3.5

Opgaven lægger op til to forskellige metoder, som begge er gode i denne sammenhæng:

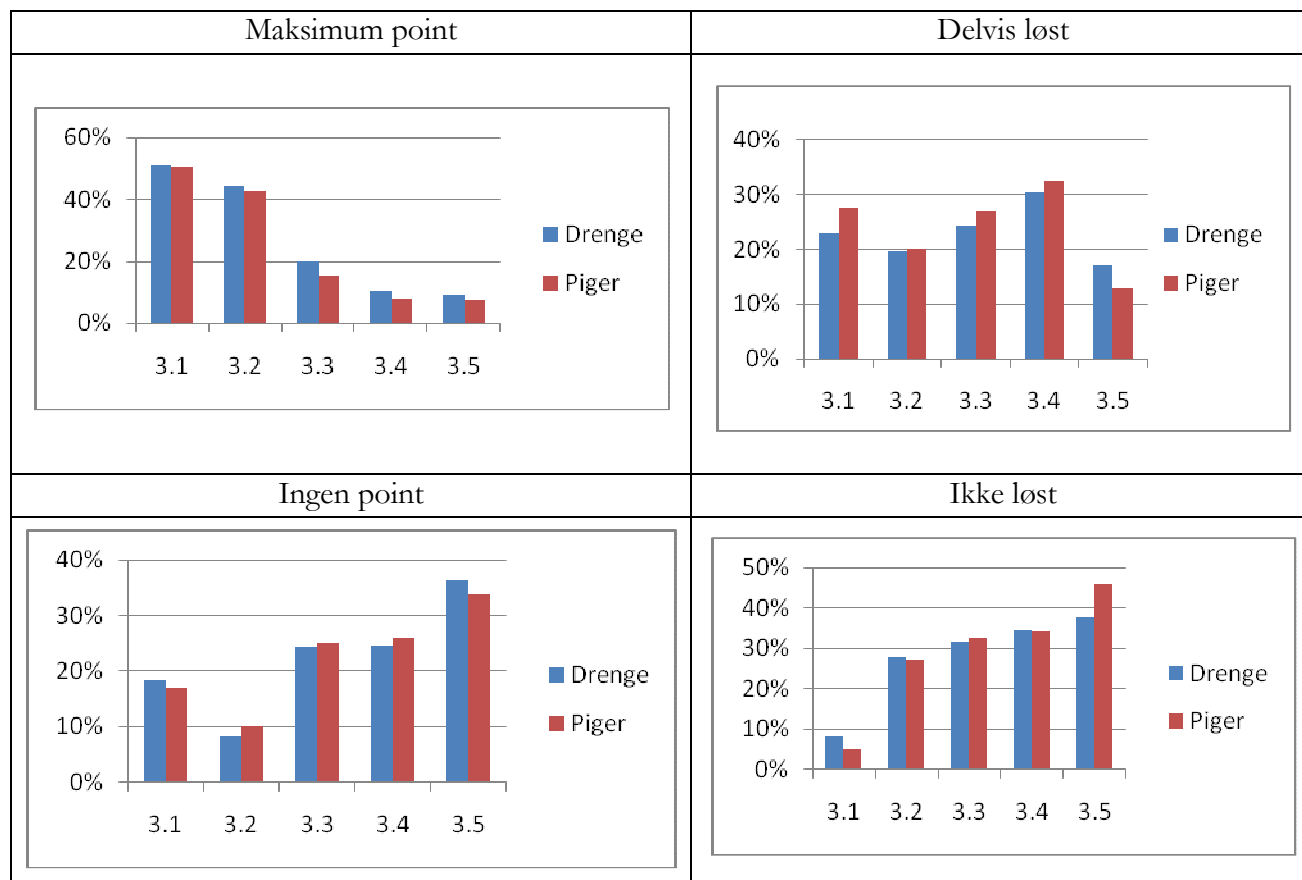
- Tegning af stigen i dens omgivelser i et passende målestoksforhold
- Beregning vha. af en trigonometrisk sammenhæng.

Her er en løsning vha. tegning i et dynamisk geometriprogram.

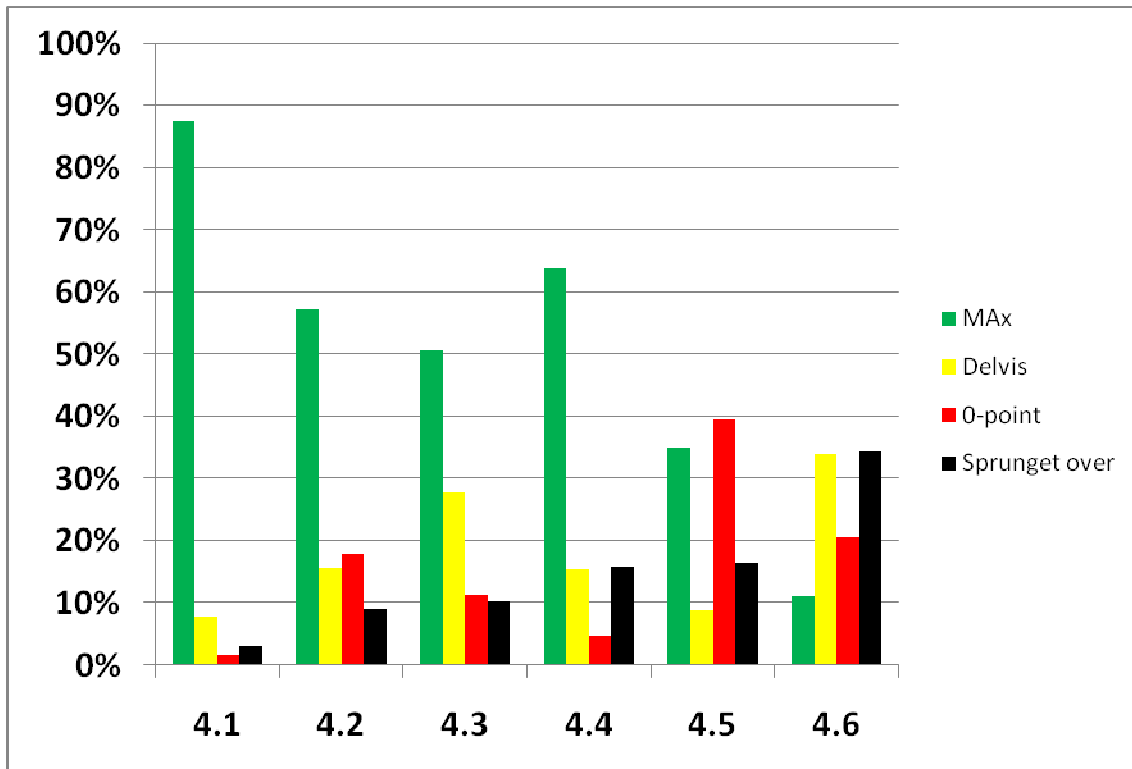


Kønssforskelle i opgave 3

Der er en svag tendens til, at drengene klarer sig bedre i denne type opgaver.



På tur med grøn koncert



Opgave 4.1

Opgaven skal lægge op til næste opgave og er derfor lidt atypisk. Det giver fuldt point, selv om der ikke er tegnet en linje fra Aalborg til Kolding, da man dybest set ikke kan vide, hvor Grøn Koncert bevæger sig hen i dagene efter Aalborg.

Opgave 4.2

Opgaven kræver læsning af et skema, og da en del elever har problemer med at læse denne type skemaer, er der yderligere et argument for at beskæftige sig med faglig læsning.

Opgave 4.3 – 4.5

Den typiske fejl i disse opgaver er at lægge ”I alt” sammen med de øvrige tal. I den sidste opgave kan man overveje at give point ved denne fejl, som jo er blevet fratrasket point i den tidligere opgave, men netop 4.5 burde få en del elever til at opdage, at der må være noget galt.

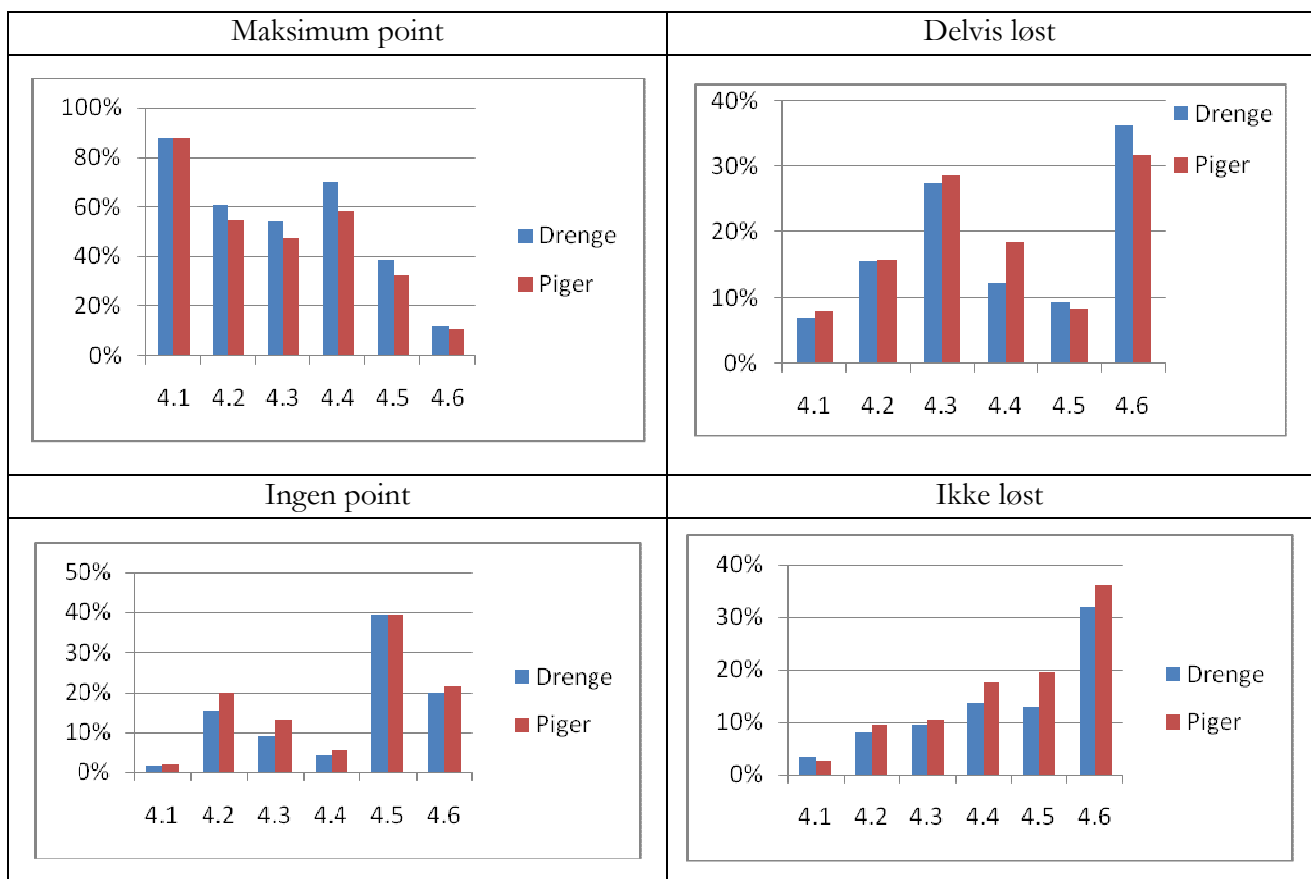
Opgave 4.6

Den eksemplariske opgave bør indeholde en beregning af de otte forholdstal, hvorefter en sammenligning måske vil være nemmere. Der er ikke lagt op til at vurdere årsager, men det vælger mange elever. Det skyldes måske, at den type beskrivelser er de vant til fra andre fag, hvilket bør betyde, at vi i højere grad beskæftiger os med matematisk skrivning i undervisningen, som der også står i trinmålene, og denne skrivning kan med fordel gå hånd i hånd med den faglige læsning.

Man kan overveje, hvor mange point dette – i øvrigt ubestrideligt korrekte - svar skal give:
” Ingen af byerne, der ender på g har mere end 20 000 tilskuere.”

Kønssforskelle i opgave 4

Igen en opgave, der åbenbart sætter drengene i stand til bedre at finde løsninger.



FS10 – Mundtlig matematik

Den mundtlige prøve i matematik ved FS10 skal supplere den skriftlige prøve, således at eleverne får mulighed for at vise færdigheder og kundskaber i matematik, som de ikke har kunnet vise ved den skriftlige prøve. Det stiller krav til prøveoplæggenes udformning og prøveafholdelsen. Prøven må ikke udvikle sig til en skriftlig prøve med mundtlig gennemgang, således som en censor bemærker det: ”Oplæggene var i de fleste tilfælde ”gamle oplæg” til gruppeprøverne og derfor også meget omfattende. Det var svært for den enkelte elev at prioritere. Prøven udviklede sig hurtigt til at blive en skriftlig prøve med uddybende mundtlig forklaring.”

Der er stadig nogle misforståelser om den mundtlige prøve i 10. klasse, som skal gennemgås her.

”Det gælder om at vise mest mulig matematik.” Det er en udbredt misforståelse og bunder måske i prøvebekendtgørelsens formulering: ”behandling af matematiske problemstillinger i bredden og i dybden.” For det første menes der med bredden, at eleven kan anvende sine matematiske færdigheder og kundskaber i andre sammenhænge end dem, hvori de er lært. For det andet hører ovennævnte formulering hjemme i beskrivelsen af den skriftlige prøve. I den mundtlige prøver er hovedvægten lagt på: ”I bedømmelsen lægges der vægt på faglig fordybelse og forståelse af større sammenhænge samt den mundtlige fremlæggelse.” Hvis eleven skal vise mest mulig matematik på den relativt korte prøvetid, vil det kunne gå ud over elevens mulighed for at demonstrere fordybelse og forståelse.

”Hvis ikke eleven viser noget svært 10.-klasse-matematik, kan der ikke gives over 7.” Med svært matematik menes der oftest procentuel vækst, andengradsligning mv. Det er ikke korrekt. Prøveoplæggene skal tilsammen dække et alsidigt sammensat stof inden for fagets centrale kundskabs- og færdighedsområder, men det enkelte oplæg skal ikke dække alle stofområder. Et prøveoplæg kan sagtens handle om lineære funktioner og give eleven mulighed for at fordybe sig teoretisk i dem og få topkarakter.

Derimod er det vigtigt, at eleven holder sig til prøveoplæggets emner og ikke begynder på alle mulige andre faglige områder. Der er tale om en prøve med lodtrukne oplæg og ikke fremlæggelse af stofområder efter eget valg.

I prøvebekendtgørelsen står der:

Der prøves i:

- systematisering og ræsonnementer, dels i relation til matematikkens anvendelse, dels i relation til teoretiske overvejelser
- anvendelse af hensigtsmæssige arbejdsmetoder

- viden om og indsigt i det matematiske stof
- anvendelse af elektroniske hjælpemidler
- dialog med vekslen mellem praksis og teori.

Prøveform A

Langt de fleste klasser har brugt prøveform A. Det hænger sammen med, at den nye prøveform B er ukendt, meget anderledes i forberedelsesfasen og ikke har været beskrevet tilstrækkeligt.

Prøveoplæg

De fleste censorer beretter, at prøveoplaggene generelt er blevet bedre. De er som regel af et passende omfang. Bilagsmængden må helst ikke overstige fire sider, men det konstateres, at der på flere skoler stadig er for mange bilag, i forhold til hvad den enkelte elev kan nå at læse og forholde sig til. Mange oplæg er forlagsfremstillet og fungerer som regel tilfredsstillende, især hvis de er tilrettet den gruppe elever, der er til prøve.

En del censorer giver udtryk for, at de oplæg, som læreren selv havde fremstillet og gerne med udgangspunkt i de konkrete elevers dagligdag, var genstand for en bedre samtale mellem lærer og elev, især fordi eleverne havde et andet ejerskabsforhold til emnerne. Et godt prøveoplæg skal rumme muligheder for, at eleverne kan arbejde med det på forskellige niveauer.

Nogle censorer konstaterer, at anvendelsen af konkrete materialer er blevet mindre i omfang og mere målrettet det enkelte prøveoplæg, og at der er mindre ”klippe-klistre”. Det opfattes som positivt. En censor svarer på spørgsmålet: ”I hvilken grad var den matematiske problemstilling i opgaveoplægget synliggjort for eleverne?” på denne måde: ”Dette punkt er tilsyneladende svært, da kun en af de tre skoler havde et tydeligt matematisk indhold. Det er helt klart en lettelse for elevernes arbejdsform. I de meget åbne opgaver bliver der tendens til ukritiske areal og rumfangsberegninger af konkrete materialer. Der bliver fundet mange rumfang af øldåser, der ikke bruges til andet end at finde rumfanget. Der mangler fx muligheder for at modellere et rejsetilbud ud fra givne præmisser.”

Kravet til et prøveoplæg er, at det skal indeholde praktiske problemstillinger og en tydelig matematisk problemstilling. Det betyder, at helt åbne oplæg, hvor eleverne selv skal vælge, hvad de vil arbejde med, ikke er i overensstemmelse med bekendtgørelsen. Det skal også understreges, at en opremsning af mulige faglige områder eller en ideboks er helt i orden, men ikke kan erstatte en matematisk problemstilling. Som en censor skriver: ”Prøveoplæg, der er fokuseret på en bestemt problemstilling og uden for mange bilag, virker bedst.”

Formuleringer som ”Opgaven indeholder flere emner, du kan beskæftige dig med. Du må selv bestemme, hvilke emner du vil arbejde med, og du må selv bestemme i hvilken rækkefølge. Det er ikke et krav, at du når det hele. Derudover er der en række data, som du selv må afgøre, hvad du vil bruge til. Start med at lave en disposition over, hvad du vil arbejde med” er ikke i overensstemmelse med bekendtgørelsen.

Her er nogle eksempler på formuleringer fra censorernes rapporter i år og sidste år.

Eksempel 1

- Praktisk problemstilling: Du skal være med til at designe en golfbane, og der er en række krav, der skal overholdes.
- Matematisk problemstilling: Hvor langt vil golfbolden nå ud på banen, når et skud kan beskrives ved funktionen i bilaget?

Eksempel 2

- Problemstilling: Når man flyver til Færøerne er der en del overvejelser, som man kan gøre sig. Hvor lang tid tager turen, og hvad er farten på flyet? Kan colaen være i glasset, når der skal isterninger i glasset? Hvor langt flyver flyet, inden det kommer op i 30.000 fod over havoverfladen? På hvor mange måder kan man placere sig i flyet, og kommer pigerne til at sidde ved vinduet. Hvilken bil skal man leje i Vagar Lufthavn?

Her er ikke en skelnen mellem den praktiske og de matematiske problemstillinger, men kan fint fungere. Måske er der lagt op til alt for mange faglige områder.

Eksempel 3

- Praktisk problemstilling: Povl har tænkt, at han vil anskaffe et drivhus. Han undersøger derfor markedet for drivhuse.
- Matematisk problemstilling: Tegn drivhuset i perspektiv og et målestoksforhold.

Her er den matematiske problemstilling ikke helt i tråd med den praktiske, og den ligner mere en opgaveformulering fra den skriftlige prøve.

Eksempel 4

- Praktisk problemstilling: Der er i dag et stigende fokus på danskernes vægt og spisvaner. Du hører ofte i medierne, at det er vigtigt at spise sundt og ikke indtage mere energi, end man forbruger. Som efterskoleelev falder man let i med hensyn til lidt hyggespise, og det er ofte cola, slik og chips. Risikoen for at tage på under et ef-

terskoleophold er derfor stor. Varedeklarationen på chips fortæller om energiindholdet.

- Matematisk problemstilling: Hvornår er man for fed? En målemetode til at bestemme dette på er BMI. Prøv at lave nogle beregninger.

Den matematiske problemstilling kunne her godt udbygges, så der indgik forskellige former for energiforbrænding.

Eksempel 5

- Praktisk problemstilling: Der skal spares på ressourcerne, derfor har staten pålagt en masse afgifter på forskellige forbrugsemner så som vand, el, renovation, fjernvarme osv.
- Matematisk problemstilling: Du skal undersøge vandforbrug og en række andre forbrug for to forskellige familier. Du skal også vise, hvordan man kan spare på vandet ved at samle regnvand op i en tønde.

Her er mulighed for at arbejde på forskellige niveauer.

Desværre oplever nogle censorer oplæg, der ikke lever op til kravene:

”Generelt var der ingen problemstillinger (slet ikke tydelige)”

”Alle oplæg var set før – endda før årtusindeskiftet:

- Vælg selv, hvad du går i gang med. Praktiske materialer, der var opgivet IT, men ingen computer i lokalet.
- Lineær funktion, parabel, rmf. areal, valuta mm. Se på oplysningerne og begynd, hvor du vil. Kun papir og IT, ingen materialer.”

”Der vises stadig en del løsrevet matematisk færdighed (f.eks. en kurve), som er OK – men hvad vil du bruge den til i relation til oplægget.”

”Jeg oplevede flere skriftligt dygtige elever, der fik en meget lav mundtlig karakter og oplevede, at de generelt fik lavere karakterer i mundtlig end i skriftlig. Jeg tror, det bl.a. kan skyldes, at det mundtlige er fjernere for eleverne. Disciplinen synes taget op ”for sent”, og mange har svært ved at manøvrere i usikkerheden. Yderligere kender eleverne ikke til formen fra 9’ende som tidligere – en markant forskel.”

En censor påpeger, at opgaver vedrørende 2. gradsfunktioner stadig er et ”noget uvirkeligt appendiks” – for eksempel, når den præsenterer ”den bane, en mobiltelefon beskriver, når den tabes ud af en lomme.” Lignende opstår også, når elever bliver bedt om ”at vise noget

statistik”, som ganske vist viser elevernes færdigheder på området, men ikke bliver brugt til noget og ofte er helt irrelevant.

En censor gør opmærksom på, at på skoler, hvor lærerne samarbejder om at fremstille prøveoplæg – der så går igen fra klasse til klasse – skal man sikre sig, at eleverne ikke tager prøveoplæg og anvendt papir med ud, og hvis det er en skole, hvor eleverne arbejder på egne medbragte computere, bør computeren lige renses for prøvetidens arbejde.

Anvendelse af computer

De beskikkede censorer er blevet bedt om at registrere antallet af elever, der anvender computer til den mundtlige prøve. Rapporterne fra 27 ministerielt beskikkede censorer viser, at 27,5 % af eleverne anvendte computer ved prøven, men at det var meget skævt fordelt med klasser, hvor næsten alle anvendte computer, og klasser hvor ingen eller ganske få gjorde det. Det skal ses i forhold til, at anvendelse af elektroniske hjælpemidler indgår i bedømmelsesgrundlaget og i den vejledende karakterbeskrivelse. Positivt er det, at der er flere klasser, hvor stort set alle elever har brugt it.

En censor bemærker: ”Flere datamængder er så store, at det tager lang tid at behandle (evt. foretage beregninger i dem), så eleverne let kommer til at fortabe sig i samme udregninger i en stor del af tiden. – følgen bliver for lidt tid til refleksion. Flere egner sig til at ligge som filer i regneark eller til behandling i f.eks. STAT (fra INFA-pakken)”

Årsagerne til den manglende anvendelse af computer er flere ifølge censorerne:

- Der er for lidt tid i selve prøvesituationen.
- Der er ikke arbejdet ret meget på computer i den daglige undervisning.
- Prøveoplægget er ikke rettet mod anvendelse af it, fx vedlagte regnearks- eller geometrifiler, der kan arbejdes videre på.

Blandt de elever, som anvender computer, er det først og fremmest regneark og grafprogrammer, der anvendes. Dynamiske geometriprogrammer bruges næsten ikke.

Tekstopgivelser

En god tekstopgivelse indeholder, ud over angivelse af de emner, der er arbejdet med inden for de afsluttende trinmål, også en beskrivelse af dagligdagen og undervisningens organisering, hvilke projekter man har arbejdet med, og hvilke bøger/kilder der er brugt i undervisningen. Derved ved man som censor lidt mere om arbejdsformen. Desuden bør der stå noget om arbejdet med it.

En censor beretter: ”Skolen havde lavet en rigtig flot beskrivelse af, hvordan to lærere (heraf min eksaminator som den ene) har samarbejdet meget tæt om arbejdets tilrettelæggelse i

løbet af året. Jeg fik fremsendt en beskrivelse af arbejds- og organisationsformer samt stof og metodevalg.”

En anden censor påpeger, at den telefoniske kontakt mellem lærer og censor supplerer tekstopgivelserne med vigtige informationer om, hvordan klassen har arbejdet, samt hvilke problemer der eventuelt kan være for elever med særlige behov.

Prøvens afholdelse

”Ved faste spørgsmål kan der være en tendens til at fokusere på resultatet for eleven og ikke tankeprocessen i problemstillingen. Lærer og censor var dog helt enige om, at det var processen / tankegangen / overvejelserne der var væsentlige, og at ukommenterede resultater ikke var tilfredsstillende. (NB- jeg må samtidig også bemærke, at jeg på forhånd havde orienteret samtlige lærere om, at jeg IKKE havde gennemregnet opgaverne med et ”facit” som slutresultat, men lavet overvejelser over forskellige fremgangsmåder – bl.a. for at være åben for elevers mulige kreative tilgange til opgaveløsninger – og ikke være fokuseret på resultatet. For mig skærper dette bl.a. også min opmærksomheden ved elevens forklaring og hele samtalen om opgaven.

Jeg oplevede tre eksaminatorer med meget forskellig baggrund.

- Eksaminator uden læreruddannelse
- Eksaminator med læreruddannelse men uden linjefagsuddannelse
- Eksaminator med læreruddannelse og linjefagsuddannelse.

Det gav tre meget forskellige former for eksamen, hvor det kun i sidste tilfælde blev tydeligt, at eksamen var en matematikeksamen med et klart fagligt indhold.”

Mange censorer oplever stadig, at tiden ikke er tilstrækkelig, især hvis der er en del svage elever, der skal hjælpes i gang. Prøveformen er en direkte fortsættelse af gruppeprøven som en individuel prøve, og det kan være en del af problemet. Flere censorer melder dog om, at så snart prøveoplæggene har et passende omfang med klare praktiske og matematiske problemformuleringer, er det lettere at holde tiden.

Næsten alle censorer skriver, at de ikke oplevede problemer med karakterfastsættelsen, at der var stor enighed, og at 7-tris-skalaen fungerer rigtig godt i denne sammenhæng.

En censor påpeger i lighed med mange lærere i 10. klasse, at det ville højne hele prøveforløbet, hvis eleverne havde haft mulighed for en mundtlig FSA-prøve – altså havde kendskab til prøveformen allerede efter 9. klasse.

Der foregår i løbet af skoleåret 2009/2010 et udviklingsarbejde om prøverne i fremtiden. Både lærer og censor skal tage notater fra prøven og opbevare dem i et år. Flere benytter sig med fordel af forskellige former for evalueringsskemaer. Selvom det tager lidt ekstra tid at udfylde disse, er det så blevet lettere at forklare eleverne, hvorfor han eller hun har fået netop den karakter.

Prøveform B

Kun få klasser har gennemført denne prøveform trods stor interesse hos mange lærere. Det skyldes nok, at der ikke har været en grundigere vejledning, og at den er meget anderledes end den nuværende prøveform A og tidligere prøveformer. Den vigtigste ændring er, at prøven bygger på elevens portfolio samlet i løbet af skoleåret.

Der har været en del utilfredshed med, at mindst et af de fire forløb skulle have udgangspunkt i elevernes brobygning. Dette har betydet, at der i den nye prøvebekendtgørelse nu står: ”... en portfolio fra mindst 4 undervisningsforløb, hvoraf mindst et kan have baggrund i den enkelte elevs brobygning eller praktik.” Det betyder, at der ikke mere er et krav om et forløb med baggrund i brobygning eller praktik, men at man selvfølgelig godt kan gøre det.

Da der kun er indsamlet få erfaringer fra denne prøveform, er det ikke muligt at vurdere prøveformen fyldestgørende. Der henvises derfor også til den nye prøvevejledning, og i tilfælde af tvivl og problemer om prøveformen kan fagkonsulenten kontaktes.

Udsagn om den nye prøveform

Fra en lærer: ”Det har været meget spændende at arbejde med portfolioerne i årets løb, og det har givet eleverne en god mulighed for at få samlet op på de matematiske områder, vi har arbejdet med.”

”Til prøven oplevede jeg nogle meget velforberedte elever, der var godt inde i det stof, de skulle fremlægge. Prøven forløb rigtig godt, og alle anstrengelser set fra mit synspunkt blev arbejdet værd.”

”Det var dejligt at opleve, at eleverne var trygge ved stoffet, de gik op i.”

Fra nogle elever: ”Jeg synes, det har været fedt at kunne have lidt kontrol over, hvad man kommer op i til prøven. Det har også givet mulighed for at gå mere i dybden med sit emne.”

”Det er mere betryggende, og det giver også en bedre mulighed for at kunne forberede sig og specialisere sig i netop kun de 4 emner, man har valgt.”

”Selve prøven foregik helt vildt godt, det fungerede som det skulle.”

Krav til de skriftlige redegørelser

I den nye prøvevejledning er der en nærmere beskrivelse af elevernes redegørelser. Kravene, der opstilles i samarbejde med eleverne i skoleårets start, kan udformes på flere måder ud fra de generelle krav. Her er et eksempel fra en efterskole:

- Overskrift.
- Problemstillinger, der er arbejdet med. Problemstillingerne bruges som afsæt til at komme i gang med en opgave, hvad er det jeg skal undersøge? Der skal redegøres for, hvordan de enkelte fagområder kan anvendes, og hvordan man bruger matematikken til at beskrive natur eller samfundsforhold.
- En redegørelse, der indeholder de faglige områder, der er arbejdet med. Redegørelsen skal indeholde de tegninger og matematiske beregninger, der er brugt.
- Formler og begreber. Det skal fremgå tydeligt, hvilken faglig viden, du har gjort brug af.
- Opgaver og regnestykker, der er brugt for at løse problemstillingerne.
- Egne noter, fx kommentar til formler, egne observationer og huskeliste
- Litteratur, der er brugt i forløbet
- Hjemmesider og links, og evt. fotos.
- Værktøjer, der er brugt.

Oplæg til undervisningsforløb

Oplægget kan være en praktisk problemstilling eller et fagligt emne, der skal belyses på forskellige måder. Ofte vil det være en fordel, at klassen arbejder under den samme overskrift, men læreren og klassen kan også beslutte, at et eller flere forløb er ud fra elevernes individuelle valg.

Det er en fordel, hvis eleverne efter et forløb har mulighed for at få respons på deres arbejde, fx i forbindelse med en mundtlig fremlæggelse for klassen. Det vil dels styrke det mundtlige arbejde, dels give et indtryk af, om eleven kan forstå og fremlægge sin redegørelse. Eleverne må gerne arbejde sammen i de forskellige forløb, men skal aflevere individuelle redegørelser.

Det kan være en fordel for nogle elever at kunne tilrette redegørelsen inden afleveringen og ud fra den læring, der måske er sket efter forløbet. Men på den anden side er det en fornøjelse, når elever i deres fremlæggelse kan forholde sig kritisk til deres egen redegørelse og rette evt. fejl eller komme med forbedringer af problemløsningen.

Det korte prøveoplæg med en problemformulering

Har eleverne arbejdet med de samme emner og temaer, vil fremstillingen af de korte prøveoplæg være noget nemmere, da der kan udarbejdes små variationer over den samme læst, som dog skal svare til elevens redegørelse. Det ser ud til, at det er svært at formulere en problemstilling i de korte oplæg. De få eksempler, der er set, tyder på, at det enten bliver traditionel opgaveløsning eller gennemgang af et fagligt emne, fx lineære funktioner. Måske kan man i stedet lægge op til en undersøgelse af fx de faglige områder, som redegørelsen har været omkring.

Prøveforløbet

De få tilbagemeldinger, der har været på prøven, viser en generel tilfredshed med prøveformen, men der vil nok gå nogle år, inden den finder sin helt faste form. En enkelt lærer melder om en ikke behagelig oplevelse med denne form for prøve. Den stiller nemlig ret store krav til elevernes arbejde i den daglige undervisning og deres forståelse af det, de skriver i deres redegørelser.