BØRNE- OG UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR UNDERVISNING OG KVALITET

Vejledning Matematik A, htx 2024

August 2024

Vejledning Matematik A, htx 2024
August 2024

2024
ISBN nr. [xxx xxx xxx] (web udgave)

Design: Center for Kommunikation og Presse
Denne publikation kan ikke bestilles.
Der henvises til webudgaven.

Publikationen kan hentes på:
www.uvm.dk
Børne- og Undervisningsministeriet
Departementet
Frederiksholms Kanal 21
1220 København K

Indhold

Indledning

Vejledningen præciserer, kommenterer, uddyber og giver anbefalinger vedrørende udvalgte dele af læreplanens tekst, men indfører ikke nye bindende krav.

Citater fra læreplanen er anført i citationstegn og kursiv. Alle citater er fra læreplanen til A-niveau på htx.

Dette er den første vejledning til læreplanerne, der gælder fra august 2024.
I stedet for en vejledning der dækker alle niveauerne bliver der her vejledninger til de enkelte niveauer i særskilte dokumenter. Der findes ligeledes en særskilt vejledning til matematik B og A på eux.

1 Identitet og formål

1.1 Identitet

Faget matematik henter på htx-uddannelsen sin identitet både fra videnskabsfaget matematik og fra de fagområder, faget finder anvendelse inden for i uddannelsen; de naturvidenskabelige-, de teknologiske- og de tekniske områder.

Nedenfor følger direkte citater fra læreplanen

"Faget matematik omhandler menneskets forsøg på, at beskrive den verden vi lever i gennem matematisk modellering af naturvidenskabelige og samfundsvidenskabelige samt tekniske og teknologiske områder. Hermed bliver matematikken det sprog, som disse fag betjener sig af i beskrivelsen af kvantificerbare størrelser og relationer mellem disse.

Som borger i et moderne og demokratisk samfund er kritisk stillingtagen og fortolkning af matematiske modeller en væsentlig kompetence, ligesom forståelsen for og brugen af digitale matematiske hjælpemidler i et digitalt samfund.

Faget beskæftiger sig med opstilling af generelle regler og relationer, og mens matematikkens deduktive side knytter an til udvikling af logisk tænkning og ræsonnement, giver den induktive side mulighed for udvikling af kreativitet.

Den anvendelsesorienterede dimension i faget har stor vægt og består i, at man ved hjælp af matematiske teorier og modeller beskriver og analyserer problemstillinger inden for ovenstående områder, og efterfølgende udvikler og vurderer løsninger.

Dette tilsammen bidrager til elevernes almendannelse, giver eleverne studiekompetence inden for det naturvidenskabelige, teknologiske og tekniske område og kvalificerer deres studievalg."

1.2 Formål

Eleven skal gennem uddannelsen stifte bekendtskab med matematisk teori, men med forskel på det valgte matematikniveau.

A-niveauet er mere teoretisk end B-niveauet og ligger tættere på det, som man møder i de videregående matematikholdige uddannelser, men stadig anvendelsesorienteret og med overblik i modellering samt problemløsning. Arbejdet med matematik skal lede frem til, at eleven er i stand til at kunne inddrage viden fra andre fag og indgå i fagligt samspil i gymnasiet. Desuden også at opnå viden og kundskaber inden for matematik, samt sætte den enkelte elev i stand til at forstå, analysere, vurdere og træffe beslutninger i såvel hverdags-, erhvervs- som studiemæssige sammenhænge.

Faget har en unik mulighed gennem modellering og arbejdet med autentiske problemstillinger for at bidrage til elevernes globale forståelse. Det kan gøres gennem tværfaglige projekter samt gennem arbejdet med problemstillinger i den enkelte lektion. Det kan gøres på stor skala og på den helt konkrete regneopgave. Det kan være i arbejde med klima, befolkning og globale naturvidenskabelige emner. I sig selv kan faget også bruges i globale sammenhænge, da fagsproget i matematik i sig selv er internationalt.

2 Faglige mål og fagligt indhold

2.1 Faglige mål

De faglige mål, som eleverne skal opnå i undervisningen i matematik, er formuleret i læreplanens afsnit 2.1. Det er disse mål, eleverne skal opnå igennem undervisningen i faget. De faglige mål skal ikke ses som individuelle undervisningspunkter, men skal opnås gennem arbejdet med kernestoffet og det supplerende stof, der er beskrevet i afsnit 2.2 og 2.3.

De faglige mål er udtrykt vha. de 8 kernekompetencer i matematik:

- Tankegangskompetencen
- Problembehandlingskompetencen
- Modelleringskompetencen
- Ræsonnementskompetencen
- Repræsentationskompetencen
- Symbol- og formalismekompetencen
- Kommunikationskompetencen
- Hjælpemiddelkompetencen

En beskrivelse af de enkelte kernekompetencer kan findes på EMU'en her. Arbejde med tilegnelsen af de 8 kernekompetencer i løbet af undervisningsforløbet vil medvirke til opnåelse af det daglige mål for faget. I praksis vil man opdele de endelige mål i nogle delmål, der gradvis opfyldes. Hvorvidt eleven har opfyldt fagets slutmål, undersøges ved de afsluttende prøver og i forbindelse med afgivelsen af de afsluttende standpunktskarakterer. Her bedømmes eleven i forhold til bedømmelseskriterierne, som ligeledes er udtrykt vha. kernekompetencerne. Nogle af de faglige mål evalueres fortrinsvis gennem det skriftlige arbejde, mens andre især bedømmes ud fra de mundtlige præstationer.

2.2 Kernestof

I det nedenstående vil kernestoffet fra læreplanen blive udfoldet.

"*grundlæggende regnefærdigheder; regningsarternes hierarki, reduktion, faktorisering, regler for regning med potenser og rødder, logaritmer og numerisk værdi, forholds- og procentregning, overslagsregning, ligefrem og omvendt proportionalitet*"

De fleste lærere vil opleve, at mange elever ikke har de regnefærdigheder, som vi forventer. Det betyder ikke, at eleverne ikke har arbejdet og trænet disse ting, men er måske snarere et udtryk for, at de har svært ved at bruge det, de har lært i én kontekst i helt andre sammenhænge, hvor sproget, symbolerne og metoderne er anderledes, end de er vant til. Disse basale færdigheder skal vi arbejde med, men elever lærer forskelligt. Erfaringer viser, at man ikke løser problemet ved at afholde et teoretisk "brush up"-kursus, hvor der arbejdes intensivt med regneregler, ligningsløsning, brøker etc. for elever der har svært ved disse områder. En sådan tilgang kan ligefrem være ødelæggende for elevmotivationen generelt i faget. Eleverne finder det ofte meningsløst at træne tekniske færdigheder, som de ikke kan se, hvad de skal bruge til, og det er meget svært at lære noget, man finder meningsløst. Derfor kan emnerne med fordel og i udbredt omfang indlæres ud fra meningsgivende kontekster. Matematikkommissionens rapport peger på, at basale færdigheder skal have et øget fokus, og ovenstående emner i læreplanen er væsentlige og vigtige forudsætninger for at kunne opnå mange af de matematiske kernekompetencer. Eksempler er manipulation med tal og bogstaver i bevisførelse, forståelse for grundmængdens størrelse ved modellering osv. Desuden afsluttes grundforløbet med en screening i lineære modeller. Ved delprøven uden hjælpemidler vil der også forekomme opgaver, hvor emnerne testes. Afklarende opgaveeksempler kan ses i vejledende screeninger og vejledende eksamenssæt, hvorfor det ikke uddybes yderligere hér.

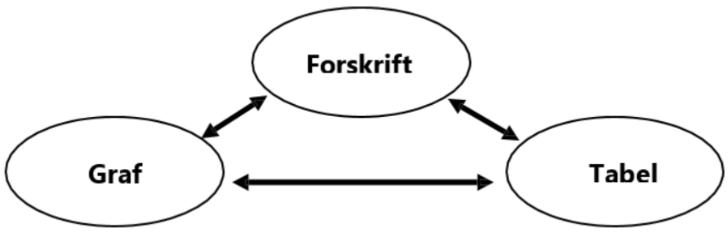
Bemærk, at overslagsregning indgår eksplicit, og dette medvirker til elevernes forståelse for størrelser og evne til at vurdere resultater.

Logaritmer kan evt. indgå i et samspil med kemi om pH-værdi eller med fysik i forbindelse med lyd, således, at det forekommer relevant for eleverne.

"funktionsbegrebet; repræsentationsformer, definitions- og værdimængde, fortegnsvariation, monotoniforhold, beskrivelse ud fra en grafisk repræsentation"

Hvad er en funktion? Forskning viser, at funktionsbegrebet og variabelsammenhæng er meget vanskeligt og abstrakt for de fleste elever. Det kan derfor være hensigtsmæssigt at begynde med mange konkrete eksempler, før den endelige definition stilles op.

I forbindelse med indførelse af funktioner, vil det være fornuftigt at tale om forskellige repræsentationer og deres styrker og svagheder:



Man behøver blot at åbne en avis, så er der eksempler på forskellige repræsentationer af funktioner, og disse repræsentationer er ofte et godt udgangspunkt for en diskussion af emnet. Samtidig giver det mulighed for at arbejde med den sproglige beskrivelse af funktioner og variabelsammenhænge samt grafer.

Funktionsbegrebet ses som et centralt emne i matematik, hvorfor elevernes forståelse af funktioner skal prioriteres.

"karakteristiske egenskaber ved funktioner; lineære funktioner, polynomier, eksponentielle udviklinger- og logaritmefunktioner, potensfunktioner og trigonometriske funktioner samt sammensatte og stykkevist definerede funktioner"

Eleverne skal opnå viden om de grundlæggende funktioner nævnt ovenfor og kende karakteristika samt grafer for disse. Denne viden skal kunne anvendes i forbindelse med modellering inden for naturvidenskabelige problemstillinger.

Eleverne skal kunne bestemme forskriften for lineære funktioner, eksponentielle udviklinger og potensfunktioner ud fra to punkter.

Eleverne skal have kendskab til betydningen af koefficienterne til de ovennævnte funktioner samt deres grafiske udtryk.

Der arbejdes med sammensatte funktioner og disses grund- og værdimængder samt stykkevist definerede funktioner. I forbindelse med indførelse af eksponential- og logaritmefunktioner samt potens- og rodfunktioner vil det være naturligt at gå ud over kernestoffet og se på omvendte/inverse funktioner, og disses anvendelsesområder.

Der skal kendes til stykkevis definerede funktioner. Der skal undersøges om stykkevis definerede funktioner er kontinuerte og differentiable. Stykkevis definerede funktioner skal også kunne indgå i modellering. Stykkevis definerede funktioner kan være sammensat af ovennævnte funktionstyper og skal kunne indgå i forbindelse med modellering.

"*ligningsløsning; analytisk, grafisk og ved hjælp af it*"

I forbindelse med ligningsløsning skal eleverne præsenteres for metoder til at løse 2 ligninger med 2 ubekendte både analytisk, grafisk og ved hjælp af it. Større ligningssystemer (3 eller flere ligninger) kan naturligvis løses ved brug af it, eksempelvis at bestemme konstanterne i et 2. grads polynomium ud fra 3 punkter.

Eleverne skal vide, hvornår en ligning kan løses analytisk, og hvornår den skal løses grafisk eller vha. it. Derudover skal det prioriteres, at eleverne kan løse opgaver algebraisk, når løsningerne giver pæne resultater, og at der fortrinsvis anvendes it i forbindelse med ligningsløsning i modelleringsproblemer.

"regression; xy-plot af datamateriale samt karakteristiske egenskaber ved lineære, eksponentielle, potens og polynomielle sammenhænge samt lineær, eksponentiel, potens og polynomiel regression"

Med fokus på modelleringskompetencen kan man arbejde med opstilling af sammenhænge ud fra givne data fx målepunkter og/eller hældninger. For at afgøre en funden models validitet, skal punkter og model altid indtegnes sammen, så graden af overensstemmelsen anskueliggøres. I den forbindelse kan styrker og svagheder ved regressionskoefficienten diskuteres. Her er det vigtigt at pointere over for eleverne, at når der skal bestemmes en matematisk model, fx en eksponentiel model ud fra et antal målepunkter, så er disse målepunkter behæftet med en usikkerhed/fejl, og de kan derfor ikke direkte benyttes ved indsættelse i forskriften for en eksponentiel udvikling $f(x) = b \cdot a^x$ til bestemmelse af konstanterne a og b.

Eleverne skal kunne opstille modeller ved hjælp af lineær, eksponentiel og potens-regression.

Modellering af sammenhænge mellem variable er et område, hvor it-værktøjerne er med til at gøre undervisningen mere vedkommende og realistisk, samtidig med at begrebsforståelsen understøttes, uden det kræver forudgående træning af tekniske færdigheder.

"*differentialregning; begreberne grænseværdi, kontinuitet og differentiabilitet samt definition og fortolkning af differentialkvotient, tangentligning, væksthastighed, differentialkvotientens sammenhæng med monotoniforhold, ekstrema og optimering samt bestemmelse af den afledede funktion for lineære funktioner, polynomier, eksponentielle udviklinger og logaritmefunktioner, potensfunktioner og trigonometriske funktioner, regneregler for differentiation af sum, differens og produkt af to funktioner samt funktion multipliceret med konstant og sammensætning af to funktioner*"

En grundlæggende forskel ved arbejdet med differentialkvotientbegrebet på A- og B-niveau er, at der på B-niveau arbejdes med forståelse for differenskvotient og overgangen fra sekant til tangent, mens der på A-niveau arbejdes med forståelse for begreberne grænseværdi, kontinuitet og differentiabilitet samt definition og fortolkning af differentialkvotient.

Indførelse af disse begreber afhænger af elevernes matematiske forståelse. Hvor nogle elever skal se begreberne som nogle konkrete egenskaber, der kan "tegnes", har andre elever de matematiske forudsætninger, der gør, at man her kan indføre begreber på højere teoretisk niveau.

Der arbejdes med bestemmelse af differentialkvotienter og afledede funktioner, og forskellen på de to begreber diskuteres. Eleverne skal kunne redegøre for udledningen af visse regneregler inden for differentialregning, her vil holdets generelle niveau afgøre, hvor svære udledninger man skal tage med. For at udvikle elevernes forståelse af differentiation skal eleverne se mindst et af de tilhørende beviser fx differentiation af summen af to funktioner. Her vil det også være muligt at vise et eksempel på et induktionsbevis i form af beviset for differentiation af potensfunktioner med heltallig koefficient.

I forbindelse med arbejdet med differentialregning og optimering skal eleverne blive i stand til at differentiere funktioner uden brug af hjælpemidler.

Når der arbejdes med optimering og bestemmelse af en funktions monotoniforhold, skal eleverne have kendskab til matematikken bag løsningerne, fx at et ekstremumspunkt kan forekomme, hvor differentialkvotienten er 0, men at dette ikke er et tilstrækkeligt krav. Bestemmelse af dette nulpunkt vil i nogle tilfælde kunne bestemmes vha. et it-værktøj enten ved løsningaf ligningen $f'(t) = 0$ eller ved en sproglig beskrivelse kombineret med tegning af en graf, der viser den aflededes skæring med x-aksen og/eller en graf, der viser funktionens forløb med ekstremumspunkter markeret. Aflæsning af fx. et maksimum på en graf, eller brug af faciliteter som "maximize" anses ikke som en fuldstændig løsning, idet den bagved liggende matematik er kernestof, og derfor forventes at blive bragt i spil ved dokumentation om ikke andet så en forklarende tekst.

"*integralregning; integrationsprøven, stamfunktion for lineære funktioner, polynomier, den naturlige eksponentialfunktion, logaritmefunktioner og trigonometriske funktioner, bestemte og ubestemte integraler, anvendelse af regneregler for integration af sum, differens, funktion multipliceret med konstant og integration ved substitution, areal- og volumenberegninger, kurvelængde*"

Sammenhængen mellem differentiation og integration skal kunne forstås. Det vil forbedre elevernes forståelse for integralbegrebet, hvis man arbejder med bestemmelse af simple stamfunktioner ud fra definitioner og sætninger. Ligeledes vil det lette det efterfølgende arbejde, hvis eleverne kender et antal simple stamfunktioner, der ikke først skal findes i en bog eller med it-værktøjet. Når det drejer sig om mere komplicerede problemer, hvor fokus ikke længere er på den tekniske side af stamfunktionsbestemmelsen, men derimod på anvendelsen af stamfunktionen til bestemmelse af arealer, kan it-værktøjer i visse tilfælde benyttes til beregninger af de opstillede udtryk.

Integralregningen anvendes til arealberegninger både under kurver og mellem kurver. Det er ikke et krav at indføre summer på formel vis, men det kan være en god idé at opdele integrationsintervallet i stadig mindre stykker og bestemme tilnærmede værdier for integralet som arealsummer af rektangler eller trapezer. Der kan arbejdes med dette i et induktivt forløb, eventuelt sammen med fysik, hvor man arbejder med strækninger, hastigheder og accelerationer.

Man arbejder ligeledes med rumfang af omdrejningslegemer med både x- hhv. y-aksen som omdrejningsakse.

"*differentialligningsbegrebet; eftervisning af løsning ved indsættelse, fuldstændig og partikulær løsning, Eulers metode, løsningskurver og linjeelementernes sammenhæng med disse*"

Eleverne skal vide, hvad der forstås ved en differentialligning og vise, at en given funktion er løsning til en given differentialligning. De skal kunne skelne mellem fuldstændig løsning og partikulær løsning herunder bestemmelse af partikulær løsning ud fra en given fuldstændig løsning og tilhørende startbetingelse(r). De skal kunne bestemme linjeelementer $(x_0, y_0;\ a)$ for løsningskurver til en given differentialligning såvel analytisk som grafisk og de skal kunne illustrere løsningskurver, linjeelementer samt disses sammenhæng.

Ved hjælp af Eulers metode kan man bestemme en tilnærmet løsning i bestemte punkter. Samtidig opnår eleverne gennem arbejdet med metoden en større forståelse for begrebet linjeelement.

"*grundlæggende klassisk geometri og trigonometri; forholdsberegninger i ligedannede trekanter, beregninger i retvinklede og vilkårlige trekanter, bestemmelse af areal af plane figurer samt volumen og overfladeareal af rumlige figurer*"

Inden for den klassiske geometri skal eleverne have kendskab til begreber som højder, medianer, vinkelhalveringslinjer, ind- og omskreven cirkel i en trekant, linjer, cirkler og punkter. Begreberne ligedannethed og ensvinklede trekanter er centrale for emnet og benyttes i mange af de beviser, der er gode eksempler på matematiske argumentation og ræsonnement. Det vil her være fornuftigt at diskutere forskellen på eksempler og beviser, samt styrken i et matematisk bevis. Her kan arbejdet med geometriprogrammer gøre undervisningen mere varieret og understøtte elevernes begrebsforståelse. Emnet har endvidere den store fordel, at mange af de matematiske ræsonnementer, der benyttes, er "algebrafri", og algebra er en af fagets helt store snublesten. Man kan derfor arbejde med matematiske argumenter, uden de drukner i beregninger, omskrivninger og bogstavmanipulationer, der ofte kommer til at overskygge, hvad den matematiske substans i virkeligheden handler om.

Cosinus, sinus og tangens kan introduceres ud fra ligedannede trekanter eller ud fra koordinaterne til punkter på enhedscirklen. Trigonometriske grundligninger og simple trigonometriske formler indgår i undervisningen, og der lægges vægt på nødvendigheden af kontroltegninger.

Man arbejder med regulære polygoner og forskellige typer af plane og rumlige figurer som fx. korde, pilhøjde, cirkeludsnit, cirkelafsnit, prisme, cylinder, kegle, keglestub, pyramide, pyramidestub, kugle, kugleudsnit og kugleafsnit.

Ved udledning af formlerne for overfladeareal og rumfang af udvalgte figurer, kan eleverne inddrages i et induktivt forløb, hvor de med vejledning, selv kan udlede mange af formlerne. Fx. kan eleven lave udfoldninger af cylinder, kegle og keglestub og derigennem bestemme udtryk for overfladearealerne. I arbejdet med integralregning på A-niveau kan emnet tages op igen, og yderligere areal- og volumenformlerne kan udledes. Da der jo findes et utal af plane og rumlige figurer, forventes det ikke, at eleverne har arbejdet med alle mulige konkrete eksempler. Derimod anbefales det at give dem kendskab til relevante bøger/formelsamlinger/hjemmesider, hvor man kan finde de nødvendige matematiske udtryk og samtidig arbejde med forståelse af figurer og oversættelse af konkrete oplysninger til generelle formler, så eleven vil kunne bestemme de ønskede arealer og rumfang.

"*analytisk plangeometri; punkt, linje, parabel og cirkel, skæringer og afstande*"

I dette emne arbejdes der med den analytiske beskrivelse af forskellige geometriske figurer i planen herunder cirklens, parablens, hyperblen og linjens ligning. Som introduktion kan cirkler, parabler og hyperbler fx. beskrives som keglesnit. Når man indenfor dette emne skal udvælge beviser, der bedst bidrager til elevernes ræsonnementskompetence, kan man med fordel man overveje, hvad elevens udbytte med arbejdet er, og om dette står mål med den tid, der bruges. Fx. kan man nemt komme til at bruge meget lang tid på omskrivninger mellem forskellige udgaver af cirklens ligning eller bestemmelse af skæring mellem 2 linjer ved determinantmetoden, uden eleverne opnår nogen større forståelse for den bagvedliggende matematik, især da it-værktøjer her er meget effektive, og hjælpemiddelkompetencen derfor er oplagt at opdyrke. Omvendt er der mange gode ræsonnementer i beviserne for sætningerne om ortogonale linjer og afstand mellem punkt og linje som samtidig fører til et nødvendigt udtryk i forbindelse med løsning af konkrete opgaver.

"*geometrisk og analytisk vektorregning i planen; vektorrepræsentation både med kartesiske og polære koordinater, komposanter, længder og vinkler*"

"*geometrisk og analytisk vektorregning i rummet; linjer og planer, projektioner, længder, afstande, skæringer og vinkler*"

Vektorer defineres ved begge deres repræsentationer, polære koordinater (længde og retning) samt kartesiske koordinater. (Det er kun i planen der skal arbejdes med polære koordinater). Det er en god idé at relatere vektorerne til praktiske eksempler som fx. kræfter i fysik. Ofte vil eleverne have nemmere ved at forstå det noget abstrakte vektorbegreb, hvis det først er introduceret i fysik, og man først herefter indfører de formelle definitioner i matematik. Alternativt kan vektorer kobles til forskydning af punkter, et emne som eleverne kender fra folkeskolen. Hvor matematik A indgår som studieretningsfag, kan man med fordel arbejde med plane og rumlige vektorer som et samlet emne.

Også her skal sætninger og beviser udvælges med omhu, set i lyset af de kompetencer eleverne skal opnå, og igen vil det være vanskeligt at nå at arbejde med opgaver, der belyser alle tænkelige problemstillinger vedrørende projektioner, afstande, vinkler etc. Det er altså vigtigt at fokusere på forståelsen af de forskellige problemstillinger samt de hjælpemidler, der gør det muligt for eleverne at løse problemer, de ikke nødvendigvis er stødt på i samme form før.

"*Vektorfunktioner; grundlæggende beskrivelse af vektorfunktioner i planen som en udvidelse af funktionsbegrebet herunder definition af en vektorfunktion, tangent-, hastigheds-, og accelerationsvektor, fart*"

Vektorfunktioner i planen behandles især som bevægelse i planen, og begreber som hastighed og acceleration udvides fra den én-dimensionelle beskrivelse, som eleverne kender fra fysik. Her inddrages differentialregning for vektorfunktioner. Der arbejdes med tangentvektor (herunder lodret og vandret tangent) samt skæring med akserne. Udover den rette linje og cirklen som vektorfunktion arbejdes der med problemstillinger og anvendelser, der opbygger en mere generel forståelse, som sætter eleverne i stand til at løse problemstillinger og arbejde med vektorfunktioner de ikke direkte er blevet præsenteret for før. Eleverne bør også have en forståelse for, hvordan punkter bestemmes samt, hvordan parameteren *t* elimineres i en forskrift for en vektorfunktion således, at y er udtrykt ved x (y=f(x)).

Der kan i dette emne drages paralleller til forberedelsesmaterialet fra 2024.

"*diskret matematik; talfølger og rekursive følger, diskrete modeller, Newtons metode.*"

Langt den overvejende del at kernestoffet omhandler matematik, der blev udviklet for mere end 100 år siden. Geometri og trigonometri stammer helt fra antikken, den analytiske geometri fra 1600-tallet, infinitesimalregningen blev udviklet omkring 1700 og formuleret som vi kender den i dag midt i det 19. århundrede. Den matematiske analyse har traditionelt fyldt meget i gymnasiets matematikundervisning, og den lægger sig op ad og støtter især fysikfaget. I modsætning hertil er den diskrete matematik et grundlæggende element i datalogien, og arbejdet med emnet er derfor med til at udvikle elevernes digitale kompetencer. Den diskrete matematik baserer sig på tællelige mængder og indeholder ikke et kontinuitetsbegreb. Diskret matematik er et meget stort område inden for den moderne matematik og omfatter fx grafteori, logik, mængdelære, moduloregning, kryptologi, kodningsteori, kombinatorik, spilteori og meget andet. Her begrænser emnet sig til at omfatte talfølger, rekursive følger og forskellige diskrete modeller på fx vækst. Emnet bygger videre på elevernes viden om talmønstre fra folkeskolen.

Forberedelsesmaterialet fra 2016 kan med fordel benyttes: Førsteordens rekursionsligninger indføres for at beskrive, hvordan talfølgerne vokser, og løsningen af denne type rekursionsligninger benyttes til at beskrive diskrete modeller for vækst. Herigennem udvides elevernes kendskab til vækstbegrebet, der for mange elever begrænser sig til de tre typer af kontinuerte funktioner: lineær, eksponentiel og potensvækst. Gode eksempler på rekursionsligninger er forskellige typer af rentetilskrivning, tilbagebetaling af lån etc.

Den diskrete vækst kan benyttes som udgangspunkt for indførelse af differentialligninger. Et eksempel er denne aktivitet med M&M chokolader:

I en kop haves 4 M&M'er. Koppen rystes og chokoladerne hældes ud på bordet. For hver M&M, der har M'et opad tilføjes en ny M&M. Nu rystes koppen med det nye antal chokolader og øvelsen gentages. Eleverne udfylder et skema, hvor det samlede antal M&M anføres for hver runde.

Heraf fremkommer nedenstående udtryk, der fører til en diskret udgave af en differentialligning:

$y_{n+1} = \frac{1}{2}y_n + y_n$. Da sandsynligheden for at M'et vender opad er ½, bliver antallet af M&M'er i næste runde summen af det gamle antal og halvdelen af det nye antal oveni.

$y_{n+1} - y_n = \frac{1}{2}y_n$. Forskellen eller væksten i hver runde er altså halvdelen af det antal M&M'er man allerede har.

$\Delta y_n = \frac{1}{2}y_n$. Vi indfører en ny notation for væksten. Her er skridtlængden fra et trin til det næste 1.

$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{1}{2}y$. Her ser vi på det mere generelle tilfælde, hvor skridtlængden ikke nødvendigvis er 1. Dermed kan vi heller ikke bruge notationen med n, der jo henviser til et naturligt tal.

Som eksempler på benyttelse af rekursionsligninger i datalogien anvendes Newtons metode til løsning af ligninger.

Gode eksempler på brugen af Newtons metode er transcendente ligninger, der netop ikke kan løses analytisk. Det vil være oplagt, at bruge emnet som udgangspunkt for en diskussion af hvad CAS-værktøjet gør. Hvad er forskellen på solve og fsolve (kommandoer i Maple)? Hvorfor kræves et startgæt?

Hvordan finder man et passende gæt? osv. I løsningen af fx trigonometriske ligninger vil CAS-programmet ofte levere løsninger, der ikke er umiddelbart gennemskuelige, og hvor numeriske metoder ofte vil levere løsninger, der er nemmere for eleverne at forstå.

Både Newtons metode og Eulers metode fra differentialligninger er begge anvendelser af den diskrete matematik, der trækker på tangentbegrebet, som således tages frem igen og kobles med nye områder indenfor matematikken.

Emnet giver mulighed for at inddrage andre former for ræsonnementer, end man typisk benytter indenfor den matematiske analyse, fx induktionsbeviser. Afhængig af studieretningen kan den diskrete matematik udbygges (som supplerende stof) fx diskret logistisk vækst (celledeling) inden for bioteknologi og biologi og kryptering og spilteori sammen med Teknikfag A digitalt design og udvikling.

"Mindstekravene tager udgangspunkt i kernestoffet og omfatter grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer, dvs. eleven skal kunne anvende matematiske begreber og gennemføre simple ræsonnementer, skifte mellem repræsentationer, håndtere simple matematiske problemer med og uden matematiske værktøjsprogrammer samt udøve basal algebraisk manipulation" [LPA 2.2]

Mindstekrav er indført i matematik for at sikre, at eleverne er bekendt med, hvad der som minimum forventes, for at bestå matematik på et givet niveau.

Det betyder at de får en vigtigere plads i undervisningen. Mindstekravene skal være med til at sikre, at alle elever har en række basale færdigheder inden for alle emner. Dette selvom at mindstekravene stadig sigter mod et *bestået niveau*. Mindstekrav handler i prøvesituationen om summativ bedømmelse, i forhold til om en elev kan bestå/ikke bestå prøven, men i den daglige undervisning handler det også om træning af basale færdigheder.

På A-niveau testes mindstekravene i den skriftlige prøve. Her vil der være en række spørgsmål der er markeret med grønt. Det er disse opgaver, der betragtes som mindstekravsopgaver. For at bestå en eksamen på A-niveau, skal en elev opnå, hvad der svarer til ca. 80% af pointene for mindstekravsopgaver. Dvs. hvis der til en skriftlig prøve stilles 10 mindstekravsopgaver, der alle giver 5 point, i alt 50 point, skal eleven have ca. 80% af 50 point, svarende til ca. 40 point, for at bestå. Disse point skal nødvendigvis ikke hentes alene i mindstekravsopgaverne men må gerne hentes over hele opgavesættet.

Det er vigtigt at orientere sig i tidligere eksamensopgaver og de kommende vejledende eksamenssæt, for at se hvilke mindstekravsopgaver der tidligere er stillet. De tidligere eksamenssæt kan tilgås via opgavebanken.

For at eleven kan træne mindstekravene er det vigtigt, at der er fokus på basale færdigheder med og uden CAS gennem hele uddannelsesforløbet, hvor hovedvægten skal ligge på færdigheder uden brug af CAS. Når læreren gennemgår et emne skal mindstekravene derfor tydeliggøres for eleverne.

Nedenfor ses nogle eksempler på mindstekravsopgaver opdelt i forhold til kernestofemner:

Karakteristiske egenskaber ved funktioner:

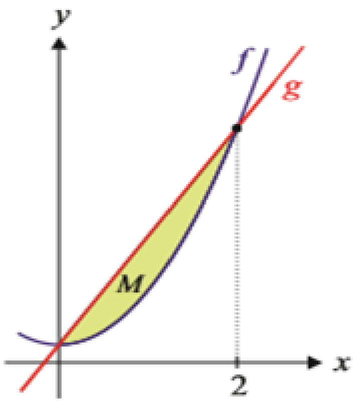
For en eksponentiel funktion *f* oplyses, at grafen går gennem punktet (1,5) og har en halveringskonstant på 3. Bestem en forskrift for *f*.

Integralregning:

To funktioner *f* og g er givet ved

$f(x) = 3x^2 + 1$ og $g(x) = 6x + 1$

Graferne for *f* og *g* afgrænser et område *M*, der har et areal (se figur). Bestem arealet af *M*.



Differentialligningsbegrebet:

Undersøg, om $f(x) = -4x^2 + 2x$ er en løsning til differentialligningen

$$x \cdot y' = 2 \cdot (y - x)$$

2.3 Supplerende stof

Det supplerende stof skal udvælges så det kan

- *"understøtte de faglige mål, herunder de faglige mindstekrav*
- *inddrage matematisk teori og anvendelser, der udgør en progression i forhold til kernestoffet enten ved at perspektivere områder fra kernestoffet og uddybe de faglige mål, der er erhvervet herfra, eller ved at inddrage andre matematiske områder*
- *understøtte fagets samspil med andre fag. Dette kan f.eks. ske ved at udvælge områder, som medvirker til opfyldelse af mål i elevens øvrige fag*
- *understøtte elevens anvendelse af matematik til modellering og problembehandling,*

- *styrke elevens studiekompetence herunder læsning af matematisk tekst."*

Bemærk endvidere, at der i forbindelse med udvælgelsen af det supplerende stof, er et krav om, at stoffet understøtter elevernes erkendelse af, at faget kan anvendes i forbindelse med modellering og problemløsning i andre fag uanset fagets status som studieretningsfag eller valgfag, ligesom der er et krav om, at der gennem arbejdet med det supplerende stof sker en uddybning af emner fra kernestoffet.

"Særligt for treårige hold til A-niveau

På treårige hold til A-niveau skal der gennemføres et forløb, der har fokus på mundtlig fordybelse. Dette forløb skal så vidt muligt understøtte den profil, der tegner den givne studieretning."

Der skal afsættes tid, at der på treårige hold i et samlede forløb arbejdes med et emne der ligger i forlængelse af eller uden for kernestoffet. Dette emne skal understøtte profilen i eleverne studieretning. Formålet med forløbet er træning i mundtlig formidling og faglig samtale.

I tilfælde, hvor et hold dækker flere studieretninger kan man med fordel vælge et forløb der kan dække alle de andre studieretningsfag eller flere små forløb der dækker de enkelte studieretningsfag.

"*Særligt for étårige hold til A-niveau*

For étårige hold, der løfter matematik B til A-niveau, gennemføres et forløb med sigte på mundtlig formidling og faglig konsolidering af stoffet fra B-niveau svarende til A-niveauets krav til argumentation og abstraktion."

Forløbet må gerne deles op, så det ikke er sammenhængende. Tanken med forløbet er, at det skal bruges til at træne beviser og ræsonnementer inden for forskellige emner, der ikke er blevet gennemgået på B-niveau. Eleverne skal både se beviser og ræsonnementer men også selv arbejde med formidlingen af dem. Det kunne fx være forskellige beviser fordelt udover alle emner, beviser af forskellige aflede funktioner inden for differentialregning eller beviser for regneregler inden for differentialregning.

Forberedelsesmaterialet på A-niveauet, jf. pkt. 3.2, indgår som supplerende stof.

Der skal på A-niveauet også indgå materiale (bøger, hjemmesider, artikler, videoer mm) på engelsk og derudover på andre fremmedsprog, når det giver mening.

2.4 Omfang

"Forventet omfang af fagligt stof er normalt svarende til 500-700 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale. [LPA 2.4]"

Det forventede omfang af fagligt stof er ikke opgivet i normalsider. Matematiske tekster (i bred forstand) indeholder som oftest større mængder af symbolsprog. For traditionel lærebogsmateriale opgøres omfanget af læst stof ud fra det aktuelle antal sider i materialet (en side er en side). Omfanget af det faglige stof formidlet igennem andre medier opgøres på fornuftig vis under hensyntagen til sværhedsgraden af stoffet, og hvilket medie der er tale om.

3 Tilrettelæggelse

3.1 Didaktiske principper

Som gymnasielærer er det vigtigt at være opmærksom på, at faget "matematik" i grundskolen adskiller sig væsentligt fra det vi forbinder med gymnasiefaget, og at denne forskellighed for mange elever fører til vanskeligheder, som vi med omtanke kan gøre meget for at afhjælpe. Undervisningen i grundskolen har fokus på problemløsning, hvor man argumenterer for og opstiller beregninger ud fra en virkelighedsnær kontekst, der tager udgangspunkt i fortællinger om personer, der oplever eller udfører konkrete aktiviteter. Faget er beskrivende og forklarende med en intuitiv forståelse af de matematiske begreber. I modsætning hertil kendetegnes undervisningen i gymnasiet af en formel tilgang med præcise definitioner, opstilling og anvendelse af generelle formler og krav om stringente ræsonnementer. Igennem grundforløbet skal eleverne med udgangspunkt i kendt stof og velkendte metoder fra grundskolen introduceres for de metoder, der anvendes i gymnasiet. Netop det at bygge videre på den matematiske viden og de kompetencer eleverne har med sig fra grundskolen er et væsentligt aspekt i grundforløbet, og som lærer skal man være varsom med, at forkaste den bagage eleverne kommer med, men i stedet italesætte forskelle og ligheder i metoder, problemløsningsstrategier, brug af IT, dokumentation, generalisering osv. så eleverne fornemmer, at det de har lært, er ok men nu skal de videre.

"En del af det faglige stof, der skal behandles i grundforløbet er centralt fastlagt og omhandler lineære modeller, herunder lineære funktioner. Dette gøres til genstand for afprøvning i en screening i den afsluttende del af grundforløbet".

Screeningen skal ligge i den afsluttende del af grundforløbet, så både elever og lærere kan anvende resultatet som led i elevernes endelige beslutning om valg af studieretning, herunder matematikniveau. Screeningen varer to timer og skal anvendes til at få et indblik i, om den enkelte elev er i stand til at anvende det faglige stof, som er behandlet i grundforløbet. Det er ikke nødvendigt, at eleverne får en karakter for screeningen, men at resultatet fra screeningen skal kvalificere evalueringssamtalen. Screeningen skal tilrettelægges så den afspejler den måde der er undervist på i grundforløbet ellers. Dvs. har man valgt en didaktisk tilgang, hvor man arbejder uden brug af it skal dette også være gældende til screeningen. Det vil dog ikke være hensigtsmæssigt at tilrettelægge undervisningen og den tilhørende screening sådan at eleverne ikke har adgang til en lommeregner. Hvis man ønsker, at der til screeningen skal anvendes en formelsamling, vil det være hensigtsmæssigt, at der pågår et arbejde med selvsamme formelsamling løbende op til screeningen.

Nogle lærere introducerer allerede i grundforløbet eleverne for de matematiske kernekompetencer. Andre bruger nok kompetencerne i deres undervisningsplanlægning, men foretrækker at undlade at bruge terminologien over for eleverne. Her er det væsentligt, at eleverne hele tiden ved, hvad vi forventer af dem, og hvad de bliver bedømt på, såvel i undervisningen som ved det skriftlige arbejder, og her er kompetencebegrebet et godt redskab.

På begge niveauer foregår arbejdet med matematik som en vekselvirkning mellem udledning og anvendelse teori, men hvor teoridannelsen fylder forholdsvist mere i løbet af A-niveauet. Udledningen kan foregå induktivt, hvor eleverne på grundlag af eksperimenter og eksempler finder mønstre, relationer, regler og opstiller hypoteser, der sidenhen eftervises eller deduktivt, hvor kendte sammenhænge, fx sætninger, som eleverne allerede er præsenteret for, bevises. Begge tilgange er kendetegnende for faget og derfor vigtige at gøre eleverne bekendt med. Mange elever kommer til gymnasiet – og forlader det igen 3 år senere, med den opfattelse at matematik er et fag, hvis primære indhold er en række regler, som skal huskes. Kun ved at vise eleverne fagets mange andre facetter, har vi mulighed for at ændre denne opfattelse.

Gennem udvikling og vedligeholdelse af grundlæggende færdigheder styrkes elevernes ræsonnementskompetence og matematiske begrebsforståelse. Ved eksplicit at fremhæve de faglige mindstekrav, hvor disse optræder i en faglige kontekst i en given undervisningssituation, gøres de grundlæggende færdigheder tydelige for eleverne. Det anbefales derfor at dette sker i forbindelse med såvel teoriudledning som ved konkrete problemløsnings- eller modelleringsaktiviteter i stedet for gennem særligt tilrettelagte "træningsforløb", der forekommer løsrevet fra den øvrige undervisning.

3.2 Arbejdsformer

Undervisningen tilrettelægges med udgangspunkt i praktiske problemstillinger, ligesom der arbejdes med matematisk teori og bevisførelse. Progressionen fra B til A niveau ligger i kompleksiteten og vægtningen af problemstillinger og den teori og bevisførelse, der arbejdes med. På A niveauet øges kompleksitet af både problemstillinger og matematisk teori, ligesom der på A niveauet lægges større vægt på abstrakt matematik. Ved planlægningen af undervisningen skal læreren have øje for, at den abstrakte matematik kan være vanskelig for eleverne. Det er derfor vigtigt, at der i undervisningen løbende arbejdes med matematisk teori og at der arbejdes på flere niveauer. Nogle elever kan fx gøre større brug af it-redskaber i tilegnelsen af teorien end andre, eller nogle elever kan bearbejde konkrete eksempler, mens andre elever generaliserer og arbejder med brug af symboler.

Modellering

Modellering og arbejdet med praktiske problemstillinger har en central plads i undervisningen. Undervisningen planlægges, så der er fokus på, at eleven løbende udvikler og styrker sin problemløsnings- og modelleringskompetence.

Undervisningen

For at tilgodese de forskellige elevtyper vil undervisningen ofte foregå som en vekselvirkning mellem klasseundervisning med læreroplæg, individuelle træningsøvelser og opgaver, gruppeopgaver, arbejde i grupper, projektarbejde, klassediskussioner og elevfremlæggelse. Så vidt det er muligt, skal undervisningen tage udgangspunkt i den enkelte elevs faglige niveau og tilgang til faget.

Arbejdet i grupper kan fx foregå ved nedsættelse af 3-mandsgrupper, hvor hver gruppe skal gennemarbejde og efterfølgende præsentere et emne for klassen. Produktkravene til et gruppearbejde kan være en mundtlig fremstilling med tavlegennemgang eller elektronisk præsentation, udarbejdelse af skriftligt materiale eller kombinationer af disse.

Htx er kendetegnet ved, at mange elever kommer fra hjem, der ikke har en boglig tradition. For at få flere til at gennemføre en ungdomsuddannelse støttede Undervisningsministeriet i 2009 en opfølgning af forskningsprojektet "Når gymnasiet er en fremmed verden," der satte særligt fokus på de elever, hvis forældre ikke selv har taget en gymnasial uddannelse – de såkaldte gymnasiefremmede elever. Her blev der i flere fag udarbejdet rapporter med konkrete forslag bl.a. i matematik på htx. Rapporten indeholder tips og gode idéer til afvekslende undervisning, der er relevante for alle elevtyper. Fx. gives eksempler på brug af forskellige "spil", som understøtter såvel den mundtlige som den skriftlige dimension.

Den mundtlige dimension

Det er vigtigt, at man giver eleven mulighed for at udtrykke sig mundtligt, så det talte sprog udvikles og trænes. Det kan ske ved (tavle)fremlæggelse, klassediskussioner eller blot besvarelse af spørgsmål i undervisningen.

Den skriftlige dimension

Det er vigtigt, at man arbejder med den skriftlige dimension af faget, så også det skrevne sprog udvikles og trænes. Kommunikationsværdien af elevernes skriftlige produkter evalueres og udvikles løbende. Det gælder både ift. brugen af faglige begrebet i de egentlige tekster, men også elevernes brug af figurer, grafer, tabeller er vigtigt, ligesom elevernes brug af korrekt matematisk notation skal være i fokus.

Endelig kan der arbejdes med forskellige teksttyper. Projektopgaverne har en særlig plads i undervisningen på htx og omtales nedenfor.

Projektopgaver

Det er vigtigt, at læreren udarbejder projektoplæggene på en sådan måde, at der i slutningen af forløbet lægges op til en besvarelse, hvor eleven kan demonstrere evnen til selvstændigt at analysere et givet problem og opstille en løsningsmodel. Oplæggene må derfor ikke ligne traditionelle matematikopgaver, hvor alle oplysninger er givet, og eleven ledes gennem besvarelsen med konkrete spørgsmål.

Formålet med projekterne er at uddybe elevens forståelse for teorien og træne eleven i at matematisere et praktisk problem. Der kan med fordel samarbejdes med de øvrige fag om projekter.

Arbejdet med et projekt kan foregå i grupper eller selvstændigt og afsluttes med en eller anden form for dokumentation. Ofte vil denne dokumentation være en skriftlig rapport, men det er også muligt at lave fx en skærmpræsentation, en film, en lærebog, en artikel el. lign.

I stedet for at lade projektet afslutte et emne, kan man også vælge at lade arbejdet med et projekt danne ramme om undervisningen i et emne. Det er således gennem arbejdet med projektet, at eleven introduceres for nyt stof og gennemarbejder det. Projekterne laves i perioder jævnt fordelt over uddannelsestiden, således at læreren kan anvende disse som element til variation af undervisningen. Projekterne danner udgangspunkt for den mundtlige prøve i faget på begge niveauer.

Gennem projekterne forsøger eleven selvstændigt at finde en eller flere matematiske løsningsmodel(-ler), og læreren fungerer som vejleder. For nogle elever og grupper vil vejledningen foregå i mange små trin, mens andre vil kunne arbejde selvstændigt og kun have behov for meget lidt vejledning. Det er en balanceakt, som læreren skal indstille sig på i alle projektforløb. Projekterne træner i særlig grad elevernes modelleringskompetence og deres kommunikations-kompetence. Der skal lægges vægt på, at dokumentationen for et projekt fremstår som en helhed med en god kommunikationsværdi, hvilket vil sige, at besvarelsen kan læses (eller ses) og forstås, selv om læseren ikke kender opgaven på forhånd.

Dokumentationen af elevens arbejde med projektet kan antage mange former, men ofte vil et projekt resultere i en rapport. Formålet med en matematikrapport er, at give eleverne mulighed for at fremstille skriftlig dokumentation for en konkret problemstilling på et niveau eleven selv vælger. Det er derfor vigtigt at lave en åben problemformulering, så både stærke og svage elever kan finde udfordringer. Herudover kan eleven fordybe sig i dele af den teori, der ligger bag beregningerne. En projektrapport vil typisk indeholde følgende hovedafsnit.

Opgaveanalyse

En kort beskrivelse af, hvad opgaven går ud på, samt hvilke oplysninger der er givet. Hvis der fx. mangler oplysninger, for at opgaven kan besvares, kan det være nødvendigt, at eleven drager nogle konklusioner og formulerer egne antagelser eller indhenter relevante oplysninger.

Løsningsmodel(ler)

En handlingsplan for, hvordan eleven tænker opgaven løst, og herunder hvilken matematisk teori, der skal anvendes i den relevante situation og om muligt også en begrundelse hvorfor. Dette afsnit træner eleven i at bevæge sig op på et højere abstraktionsniveau end blot at kunne løse en konkret opgave

Dokumentation

Her skal selve opgaven løses, og alle udregninger dokumenteres, beskrives og evt. illustreres.

Det kan anbefales, at eleven medtager et teoriafsnit, hvor den benyttede teori opsummeres og udvalgte dele uddybes. Relevante beviser medtages. Denne del er et godt afsæt for den mundtlige prøve.

Vurdering

En diskussion af den fundne løsning i relation til opgaven, fx. de opstillede forudsætninger og antagelser.

Læsning

Eleverne er fra grundskolen vant til, at matematikbøgerne hovedsageligt er instruerende og fyldt med opgaver, så eleverne er trænet i at læse matematik for at lave matematik, men det kan være nyt for mange elever at skulle læse matematik for at lære matematik. Derudover viser erfaringen, at noget af det allersværeste ved overgangen fra grundskole til gymnasium er vores udstrakte brug af symboler og benyttelse af symbolholdige tekster. Når man i undervisningen oplever, at eleverne aldrig læser lektier eller ikke får det forventede udbytte heraf, er det ikke nødvendigvis et udtryk for uvilje eller dovenskab. De kan ganske enkelt ikke læse de bøger, der anvendes i undervisningen. Derfor kan det være en rigtig god investering at bruge energi på den faglige læsning.

Matematiske tekster i lærebøger er ofte multimodale tekster, som er sammensat af tekst (med og uden symboler), formler, figurer, tabeller eller billeder, og det giver udfordringer for eleverne. Mange af de ord, der benyttes i teksten, kan have en helt anden betydning i matematisk sammenhæng end de har i hverdagssproget som for eksempel funktion, forhold, bestem osv. Undersøgelser viser, at formler, figurer, tabeller mv. opfattes som illustrationer af mange elever, der ikke er nødvendige at læse og derfor springes de over i læsningen. Læseruten for en multimodal tekst er ofte med spring frem og tilbage mellem de enkelte elementer, og det er vigtigt at synliggøre denne. Man må hele tiden tænke på, at det er første gang, eleverne møder tekster som disse, og der skal ofte hjælp til at knække koden.

Den faglige læsning i undervisningen kan foregå på mange måder, og det er en god idé at inddrage aktiviteter både før, under og efter læsningen. Før læsningen kan der arbejdes med elevernes forforståelse, og eleverne kan eksempelvis udarbejde ordkendskabskort eller der kan på anden vis arbejdes med nye ord eller ord med anden betydning i teksten. Under læsningen er det vigtig, at eleverne læser med forståelse, og der kan arbejdes med læseruten, som beskrevet ovenfor, eller der kan udarbejdes spørgsmål, som eleverne undervejs i læsningen skal stoppe op og svare på og dermed træne elevernes tænkestrategi under læsningen. Efter læsningen skal den nye viden konsolideres, og det kan eksempelvis gøres gennem skriftlig efterbearbejdning af teksten.

Der skal især i undervisningen på A-niveau indlægges perioder, hvor eleverne med passende progression i vejledningen af den faglige læsning arbejder med et matematisk område, så eleverne i den sidste ende kan arbejde selvstændigt med forberedelsesmaterialet. Her vil et samarbejde med andre fag være givtigt, så eleven får kendskab til faglig læsning i andre fag, og at dette kan understøtte og videreudvikle elevens faglige læsning.

Lektier

Htx-elever har meget at lave. Derfor skal man nøje overveje, hvor mange og hvilke lektier man giver dem for, og det skal være meningsfuldt for eleven at lave dem. Måske skal man ikke til hver gang – uden større omtanke – give dem nogle sider for, der skal læses. Vi gennemgår dem jo alligevel i undervisningen, og måske står udbyttet af at have læst på forhånd ikke mål med den tid, der bruges på det. Hermed menes ikke at eleverne ikke skal forberede sig. Man skal blot overveje, hvordan de skal forberede sig, og det der er arbejdet med hjemme skal tages op, uddybes og afrundes i undervisningen. Det kan være en rigtig god idé at lade eleverne bruge deres nyerhvervede viden ved f.eks. at regne et par enkelte opgaver i undervisningen, og derudover lade dem træne yderligere med opgaveregning derhjemme. Disse opgaver skal måske ikke gennemgås detaljeret i den følgende lektion, men man kan lade eleverne gennemgå dem i mindre grupper eventuelt med hjælp fra en standardbesvarelse. Især dygtige elever finder det meget kedeligt at se andres (tavle)gennemgang af opgaver, de har lavet.

3.3 It

Helt fra htx-uddannelsens start har brugen af avancerede lommeregnere og it været en del af matematikundervisningen. I dag har de fleste elever bærbare computere og brugen af CAS er en forudsætning for arbejdet med projekterne og mange af de virkelighedsnære opgaver og eksempler, der arbejdes med i undervisningen. På matematik A er CAS desuden en forudsætning under den skriftlige prøves delprøve med hjælpemidler.

Som læreplanen også pointerer, skal det her understreges, at brugen af CAS ikke må indtage en så dominerende rolle, at de basale færdigheder svækkes.

CAS skal fortrinsvis bruges, hvor eleverne ikke kan løse opgaverne ved brug af "blyant og papir", dvs. i forbindelse med modelleringsopgaver og opgaver med virkelighedsnære problemer, hvor funktioner og værdier er med "skæve" tal. Denne del testes fortrinsvis i delprøven med hjælpemidler til den skriftlige prøve. Ved den mundtlige prøve og i delprøven uden hjælpemidler i den skriftlige prøve testes elevernes færdigheder uden brug af CAS. Her er delprøven uden hjælpemidler til den skriftlige prøve af udvidet med en time, så den udgør 40% af den samlede prøvetid. Dette skal naturligvis afspejle sig i undervisningen også. Dette betyder dog ikke at alle opgaver i prøven med hjælpemidler udelukkende skal løses med CAS.

Eleverne skal desuden have en forståelse for den matematik de arbejder med, sådan de kan skelne mellem, hvornår et problem kan løses i, med og uden brug af CAS-værktøj. Her er det vigtigt at understrege, at ikke alle elever har kompetencerne til at løse problemet uden brug af CAS, hvorfor de stadig kan have kompetence i forståelse af problemets kompleksitet. Her følger et par eksempler.

Eksempel på hvad elever skal vide *kan* løses i hånden og ikke altid *skal*: Beregn nulpunkterne for følgende anden grads polynomium $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

Eksempel på hvad elever skal vide *kan* løses i hånden men ikke *skal* løse i hånden: Et tværsnit af en skulptur kan beskrives med en funktionen givet ved $f(x) = -0{,}0037\,x^3 + 2{,}25\,x^2 - 1{,}6\,x - 5$. Bestem hvor høj skulpturen er.

Eksempel på hvad elever aldrig *skal* løse i hånden. Bestem, $f(22{,}4)$ når $f(x) = \sqrt{(x - 36{,}54)^2 - 12{,}43}$.

I undervisningen tilstræbes en tilpas vekselvirkning mellem det analoge og det digitale. It og digitale medier og værktøjer, herunder kunstig intelligens, benyttes, hvor det skønnes hensigtsmæssigt ift. elevernes læringsproces og digitale dannelse. I anvendelsen af it styrkes elevernes evne til at søge, udvælge og formidle relevant fagligt materiale samt til at forholde sig kritisk til de muligheder og begrænsninger, som digitale værktøjer, og produkter frembragt ved hjælp heraf, giver.

It kan således med fordel anvendes som et redskab til elevernes begrebsindlæring. Som eksempler på anvendelsen af it, kan nævnes:

- Modellering,
- visualiseringer, hvor illustration af matematiske forhold fx animationer, der viser overgang fra differenskvotient til differentialkvotient eller fremkomsten af forskellige typer keglesnit kan indgå,
- grafisk repræsentation af sammenhænge, fx hvor betydningen af konstanterne *a*, *b*, og *c* for forløbet af grafen for en 2. gradsfunktion kan indgå,
- regression,
- gentagne udregninger,
- symbolske beregninger,
- numeriske beregninger og ligningsløsning der ikke nemt udføres i hånden,
- løsning af differentialligninger,
- dokumentation og formidling af resultater.

Der findes mange matematikprogrammer af forskellige typer og med forskellige formål, og der skal ikke her træffes beslutning om, hvilke(t) program(mer), der er bedst. En række af programmerne fungerer både som tegneprogrammer og regneprogrammer, og kan derfor være et redskab fx både til visualiseringer, tegning af grafer, numeriske beregninger, analytiske beregninger, symbolmanipulation m.m.

Eleverne har krav på at få en indføring i et passende udvalg af disse programmer som led i deres kompetencetilegnelse, og det er vigtig, at man med jævne mellemrum arbejder med brugen af disse, så eleverne får indarbejdet gode rutiner og det nødvendige kendskab til hvad programmerne kan, og hvilken terminologi/syntaks de benytter. Desuden skal det klargøres for eleverne hvilke forventninger, der er til blandt andet layout, forklarende tekst og dokumentation, når programmers faciliteter benyttes ved løsning af opgaver og/eller projekter for, at elevens tankegang og kompetencer er demonstreret i tilstrækkelig grad. Eksempelvis skal et eventuelt screendump af en CAS-genereret løsning medfølges af en forklarende tekst, så elevens metode og tankegang er tydelig, og så resultater og konklusioner er tydelige. Ovenstående udfoldes yderligere i afsnittet om dokumentation.

I forbindelse med brugen af CAS vil man undertiden opleve, at ikke alle opgaver kan løses symbolsk, men at man må "nøjes" med en numerisk løsning. Denne problemstilling er værd at tage op i undervisningen:

- Hvordan skelner man mellem de to løsningstyper?
- Hvordan fungerer CAS-værktøjet?
- Hvilken løsningstype er at foretrække i en given situation?
- Hvordan dokumenterer man en numerisk bestemt løsning? (indsættelse, grafisk eftervisning etc.)

Ved løsning af opgaver optræder der sommetider "falske løsninger". Her er det relevant at undersøge

- Hvordan afgøres hvilken løsning, der er korrekt?
- Hvilken dokumentation kræves? (figur, indsættelse af værdier).

Dette er væsentlige spørgsmål, som også er en del af elevens hjælpemiddelkompetence.

Der er i dag mange internetsider med matematikindhold, og dette giver mulighed for at hente inspiration til undervisningsmateriale. På EMU'en findes en mængde materialer (især for stx), og disse vil i mange tilfælde også kunne bruges for htx. Der findes blandt andet sider, hvor eleven på egen hånd kan arbejde med matematiske emner og øve specifikke færdigheder. Der er også en del videomateriale hvor lærere og/eller elever gennemgår beviser og andet matematikfagligt, som kan hjælpe elevernes forståelse.

Dokumentation

Der kan ikke gives en nøjagtig beskrivelse af, hvad en tilstrækkelig dokumentation er. Her må man vurdere, om eleven har redegjort for den matematik, der er anvendt, og i hvor høj grad eleven viser matematisk forståelse. Her vil kravene til dokumentation også afhænge af, hvor fokus er i opgaven. Hvis opgaven er stillet i relation til et netop gennemgået emne, fx. teorien om den rette linjes ligning, og eleverne ud fra 2 punkter eller et punkt og en hældning skal finde forskriften, vil man nok ikke nøjes med en ligning, der er fundet ved regression af de to punkter. Dette kan være en udmærket løsningsmetode, hvis fokus ligger på fx. at modellere en konkret problemstilling i fysik.

Der skal arbejdes med tegning af figurer og skitser – både i hånden og med computer. Især indenfor trigonometri og geometri er figurer uundværlige, og der skal lægges vægt på at eleverne laver hjælpetegninger, og at tegningernes benævnelser korresponderer med teksten ved siden af (samt en eventuel opgavetekst).

I forbindelse med anden delprøve i den skriftlige prøve vil der være opgaver, hvor eksaminanden har metodefrihed. Her er det tilladt at anvende it-værktøjers kommandoer til fx at bestemme ekstremumspunkter, arealer under en graf mm. Men eleverne skal være opmærksomme på, at når en række af beregninger erstattes med en enkelt indtastning, kræver det ofte ledsagende kommentarer for at dokumentere, at man besidder fx tankegangs- og ræsonnementskompetencen. Disse kan være i form af matematiske argumenter, konkrete vurderinger eller verificering af resultaterne ved indsættelse eller tegning af en figur.

Ved skriftlige besvarelser i opgaver med metodefrihed skal de løsninger, der bestemmes ved hjælp af CAS-værktøjer opfattes som ligeværdige med de løsninger, der fremkommer uden, når løsningen er dokumenteret og om nødvendigt vurderet. Eleven skal være opmærksom på, at når mellemregninger udelades, og det vil ofte ske, når CAS-værktøjer er i brug, skal disse erstattes af en forklarende tekst. Det skal altid fremgå af besvarelsen hvilken matematik, der har været i brug, for at nå frem til den angivne løsning. Her kan være tale om benyttede regneregler eller sætninger. De ligninger, der løses, skal altid opskrives.

Desværre er det ikke alle programmer, der er lige velegnet til at dokumentere løsningerne i. Her har læreren en forpligtelse til at gøre eleverne opmærksomme på, at det program, der benyttes til at finde den matematiske løsning på et problem måske ikke kan stå alene, og man derfor må over i fx. et tekstbehandlingsprogram for at dokumentere løsningen ved brug af korrekt matematisk notation. Her skal det bemærkes, at det i beregningsdelen er helt i orden at bruge programmets syntaks, men at det tydeligt skal fremgå i tekst og ved opskrivning af ligninger, hvilken matematik, der er i spil, og hvordan problemet løses (fx.: "vha. lineær regression bestemmes den bedste rette linje gennem punkterne…", "nu løses ligningssystemet…", "funktionsudtrykket differentieres og man finder nulpunkt for den afledede funktion…" osv.). I resultater, der er tal kan både "," og "." benyttes som decimalseparator. Ovenstående er en del af kommunikationskompetencen samt symbol- og formalismekompetencen.

3.4 Samspil med andre fag

Matematik er omfattet af det generelle krav om samspil mellem fagene.

"Dele af kernestof og supplerende stof skal vælges og behandles, så det kan bidrage til det faglige samspil mellem fagene og i studieretningen. I tilrettelæggelse af undervisningen inddrages elevernes viden og kompetencer fra andre fag, som eleverne hver især har, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets almendannende sider.

Der skal lægges vægt på samarbejdet med de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag samt naturvidenskabeligt grundforløb.

Undervisningen tilrettelægges, så sammenhængen mellem matematik og fysik fremstår tydeligt, og så elevens begrebsdannelse i begge fag understøttes.

Når matematik A indgår i en studieretning, skal der planlægges et fælles forløb, hvor modeller har en central plads. I forløbet inddrages også tekniske, teknologiske og samfundsmæssige vinkler".

Matematik indgår som et redskab til bl.a. modellering, beregninger og databehandling i mange praktiske og videnskabelige sammenhænge, og faget samarbejder derfor naturligt med de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag samt naturvidenskabeligt grundforløb.

Matematik deltager ikke som fag i naturvidenskabeligt grundforløb, men da naturvidenskabeligt grundforløb har opstilling, anvendelse og fortolkning af lineære sammenhænge som fagligt mål, er der også et krav om koordinering af samarbejde med matematik. Matematik kan her, udover at bidrage med det abstrakte begrebsapparat, drage fordel af at eleverne i naturvidenskabeligt grundforløb møder en række eksempler på modeller og særligt lineære sammenhænge.

Det er også vigtigt at være opmærksom på, at matematiske sammenhænge indgår som forklaringsmodeller på mange måder og i flere fag. Derved sættes elevernes matematiske begrebsapparat løbende i spil i mange andre situationer end de snævert matematikfaglige. De har to vigtige konsekvenser. For det første kan faglige vanskeligheder i matematik begrænse elevernes faglige udvikling i andre fag. For det andet tilbyder bl.a. de naturligvidenskabelige fag righoldige muligheder for fagligt samspil og relevante eksempler på matematikkens anvendelse. Det er derfor vigtigt at såvel matematiklæreren som lærerne i de naturvidenskabelige, tekniske og teknologiske fag, løbende er opmærksomme på hvorledes matematik indgår i de forskellige fag.

Matematik er derudover omfattet om et særligt krav om at undervisningen tilrettelægges, så sammenhængen mellem matematik og fysik fremstår tydeligt og så begrebsdannelsen i begge fag understøttes. Det betyder selvfølgelig ikke at fysikfaget skal gøres til matematik eller omvendt. Men fysikfaget har den særkende, at de fysiske love er formuleret som matematiske sammenhænge, og oftest som lineære sammenhænge. Samspillet med fysik tilbyder derfor mange eksempler på konkrete manifestationer af de abstrakte matematiske begreber. Det er derfor vigtigt, at planlægningen af undervisningen i de to fag løbende koordineres, både i grundforløbet og studieretningsforløbet.

Samspillet ikke bare med fysik, men også med de øvrige naturvidenskabelig samt de tekniske og teknologiske fag kan tage mange former. Der kan være tale om egentlige flerfaglige forløb, men der kan også være tale om en fælles bevidsthed og viden om begreber, sprogbrug og metoder, og hvad der arbejdes med i fagene på et givet tidspunkt.

4 Evaluering

4.1 Løbende evaluering

I dette afsnit uddybes læreplanens bestemmelser om både den løbende formative evaluering og om den afsluttende summative evaluering (eksamen).

Grundforløbet

Op imod slutningen af grundforløbet skal eleven igennem en individuel screening. Denne er skriftlig og tager 2 timer. Det er vigtigt at fastslå er screeningens mål ikke er at fastslå et standpunkt – og derfor heller ikke skal have en karakter – men at målet er at vejlede eleven i sit studieretningsvalg, herunder også valg af matematik-niveau. Eleven kan vælge frit, uanset udfaldet af screeningen.

Skolen/læreren sammensætter selv en screening. Ministeriet har tidligere udsendt eksempler, som man kan blive inspireret af eller plukke fra. Desuden er det skolen/lærerne, der vurderer, hvilke hjælpemidler der skal være lovlige at anvende i screeningen. Det er således tilladt både at lave en screening, hvor CAS-værktøjer er tilladte, men også tilladt at lave screeningen som en "blyant og papir"-screening. Her anbefales det, at eleverne som minimum har en lommeregner og evt. en formelsamling til rådighed. Det anbefales ikke, at lave en todelt screening, hvor der i den ene del er mulighed for at arbejde på en computer og i den anden er der ikke. Dette skyldes, at når der skiftes fra uden hjælpemidler til hjælpemidler, kan dette godt skabe forvirring. Det er vigtigt, at formen på screeningen afspejler undervisningen i grundforløbet inden screeningen, sådan eleverne er vant til at arbejde på samme måde i undervisningen som den form, der anvendes i screeningen. Dvs. ønsker man en "blyant og papir"-screening, skal det også være den fortrinsvise arbejdsform i grundforløbet inden screeningen.

Det er vigtigt, at screeningen ikke opfattes som en test, men at man ser fremad og vurderer elevens faglige udvikling og metodik (og ser bort fra hvad eleven vidste før starten på htx).

Screeningen har som mål at man kan udtale sig om elevens mulighed for at gennemføre de to niveauer, og da det er efter en kort tids undervisning, så er det vigtigt at have elevens arbejdsform og –indsats in mente.

Den øvrige undervisning

Den løbende evaluering af elevens matematikfaglige udbytte har til formål dels at give eleven respons på vedkommendes arbejde, så dette kan forbedres, og dels at hjælpe underviseren med at finde elevens niveau ved karaktergivning - både terminskarakterer og afsluttende standpunktskarakterer. Det skal være tydeligt for eleven i den løbende evaluering, hvorledes denne klarer sig i forhold til mindstekravene, og at der gives klare retningslinjer for, hvorledes eleven kan arbejde med at opnå kravene. Beskrivelsen af karaktererne 12, 7 og 02 i både mundtlig og skriftlig findes under afsnit 4.3.

Den løbende evaluering af selve undervisningen har til formål dels at give eleven mulighed for at ytre sin mening om den afviklede undervisning og dermed få indflydelse på den fremadrettede undervisning, og dels at give underviseren en indsigt i elevernes oplevelse af undervisningen, så dette kan danne grundlag for den videre planlægning af undervisningen.

En konkret og forståelig formativ evaluering på elevernes skriftlige og mundtlige arbejde er en forudsætning for, at eleverne udvikler sig og erhverver sig de kompetencer, der er fagets mål. Man kan give skriftlige og mundtlige tilbagemeldinger og der kan arbejdes med principper som feedup, feedback og feedforward i forbindelse med evalueringen. Væsentligt er det, at den er fokuseret, så eleven ikke skal forholde sig til mange forskelligartede kommentarer på en gang. Forskning viser, at med alt for mange kommentarer kan det være svært at vide, hvor man som elev skal sætte ind med en særlig indsats. Man kan undertiden fortælle eleverne på forhånd, hvad fokus for evalueringen er; dokumentation, korrekt svar, korrekt notation, brug af figurer etc. Især ved matematikprojekterne giver det god mening for både elever og lærer, hvis man fokuserer på et enkelt eller to områder, når man evaluerer.

"I det samlede forløb til A-niveau gennemføres mindst én intern prøve."

Denne prøve behøver ikke være placeret i en af prøveterminerne, men må gerne gennemføres uden for prøveterminerne. Dvs. at den kunne placeres midt i 2. g, i starten af 3. g, eller hvornår det passer ind i skolens årshjul.

4.2 Prøveform

Matematik på A-niveau afsluttes med en skriftlig og en mundtlig prøve. Da prøverne er en del af elevens prøveudtræk, er der mulighed for, at en elev enten kommer til mundtlig prøve eller til skriftlig prøve eller eventuelt til begge dele. Et forberedelsesmateriale ligger til grund for både den skriftlige og den mundtlige prøve.

Regler vedrørende eksaminandernes brug af internettet for at tilgå tilladte hjælpemidler ved prøverne fremgår af § 6 i "Bekendtgørelse om visse regler om prøver og eksamen i de gymnasiale uddannelser".

I vejledningen til bekendtgørelsen er der givet eksempler på, hvilke hjælpemidler der må, og hvilke der ikke må tilgås via internettet.

Forberedelsesmaterialet

Der er afsat 10 timer (af undervisningstiden) på 2 dage til arbejdet med forberedelsesmaterialet til prøverne i matematik A.

Oplægget indeholder teori, eksempler og opgaver i et emne i forlængelse af kernestoffet. Eleverne arbejder selvstændigt med materialet, og alle hjælpemidler er tilladt inklusiv at modtage vejledning. Det er ikke hensigten, at der skal undervises i forberedelsesmaterialet.

Den skriftlige prøve

Denne prøve består af et todelt centralt stillet opgavesæt, som udleveres ved prøvens begyndelse. Sigtet med denne prøveform er at teste elevens matematikkompetencer, jf. punkt 2.1. Prøvens varighed er 5 timer.

Delprøve 1 har en varighed på op til 2 timer.

Besvarelsen af delprøve 1 foregår på et selvstændig papirark og eventuelt tilhørende bilag. Besvarelsen skal ikke indføres i selve opgavehæftet. Da flere og flere skoler indscanner elevernes besvarelser og sender dem elektronisk til censorerne, er det en god ide at instruere eleverne om, hvilke skriveredskaber der vil være gode at anvende til denne del. Erfaringerne viser, at blyant ofte ikke indscannes lige så godt som kuglepen. Til delprøve 1 skal den centralt udmeldte formelsamling benyttes, og denne formelsamling ligger på UVM's hjemmeside under læreplaner for matematik.

Det er skolen, som sikrer, at eleverne har et eksemplar af formelsamlingen, der ikke er skrevet i. Når eleverne har afleveret delprøve 1 (senest efter to timet) må de gå i gang med delprøve 2. Dvs. de må gå på Netprøver, hvor prøven ligger digitalt, og de må benytte deres hjælpemidler. Delprøve 2 afleveres som en pdf-fil i Netprøver.

Når eksaminanden, dog højest efter to timer, mener at have besvaret delprøven 1 tilstrækkeligt efter egne evner, må eleven aflevere prøven. Derefter er det tilladt at tage alle hjælpemidler i brug til besvarelse af de øvrige opgaver.

Spørgsmålene til den første del af prøven består af opgaver stillet med udgangspunkt i kernestoffet, jf. punkt 2.2 og forberedelsesmaterialet. Ved den første del af prøven må eksaminanden ikke bruge andre hjælpemidler end den centralt udmeldte formelsamling med eventuelt tilhørende indstiksark om forberedelsesmaterialet.

En del af opgaverne i delprøve 1 har til formål at teste en række basale færdigheder hos eksaminanderne. Desuden bliver der testet færdigheder svarende til alle niveauer. Derudover vil der også blive stillet opgaver der tester forståelsen af forskellige begreber.

Eleven skal ikke aflevere formelsamlingen efter delprøve 1, men først ved prøvens afslutning.

Den anden delprøve tager udgangspunkt i spørgsmål inden for kernestoffet, men vil også inddrage spørgsmål i forberedelsesmaterialet. Der kan forekomme opgaver, hvor eksaminanderne i et delspørgsmål skal anvende resultatet af et tidligere delspørgsmål. I den forbindelse er det vigtigt at fortælle eksaminanderne, at hvis de mangler et sådant resultat, kan der stadig opnås delvis eller fuld besvarelse for senere delspørgsmål ved at komme med et fornuftigt og velargumenteret forslag til et svar, der kan arbejdes videre med.

Ved anden del af prøven har eksaminanden adgang til alle hjælpemidler og it-værktøjer, bortset fra kommunikation med omverdenen. Der henvises i øvrigt til bestemmelserne i eksamensbekendtgørelsen. Det er dog ikke alle opgaver i denne del, som eksaminanden kan opnå fuldt point ved at besvare med it-værktøjet. Der vil i en kommende revidering af vejledningen og senest i forbindelse med udgivelsen af vejledende opgaver og eksamenssæt, blive udarbejdet en oversigt over, hvilke krav der er i forbindelse med ordlyden af det enkelte spørgsmål. Allerede nu kan det dog nævnes, at "beregn" kommer til at betyde at opgaven skal løses uden brug af CAS-kommandoer, og at "bestem" giver eksaminanden frihed til selv at vælge løsningsmetode.

På første side i opgavesættet står, hvilke krav der er til besvarelsen herunder ovennævnte oversigt. Denne side kan med fordel nøje gennemgås med eleverne, ikke blot lige før den skriftlige prøve, men kravene kan tages op i forbindelse med opgaveregning og afleveringsopgaver.

I Prøvebanken findes tidligere års skriftlige eksamensopgaver samt de tilhørende forberedelsesmaterialeler.

Den mundtlige prøve

Ved den mundtlige prøve indgår opgaver inden for hele kernestoffet samt det supplerende stof, der er arbejdet med. Emnet, behandlet i forberedelsesmaterialet, indgår som supplerende stof, og der skal derfor være spørgsmål i dette emne. Hvis emnet i forberedelsesmaterialet er tæt relateret til et emne i kernestoffet kan forberedelsesmaterialet også dækkes som bilag til netop dette emne i stedet for selvstændige spørgsmål. Opgaverne, der består af to til tre delspørgsmål, er kendte for eksaminanden, mens bilaget er ukendt for eksaminanden. Eleverne må godt kende kombinationen af de to til tre kendte delspørgsmål. Det ene af de to til tre kendte delspørgsmål skal relatere sig til en af de udarbejdede projekter mens de(t) andet skal være rettet mod et specifikt delemne. Dette emne kan både være i samme emne som emnet i projektet, men det foretrækkes, at de to til tre delspørgsmål stilles inden for to emner. Der må gerne være en tydelig sammenhæng mellem de to emner, men dette er ikke et krav. Rækkefølgen på besvarelsen af delspørgsmålene er op til eksaminanden.

Det er her vigtigt, at eleven inddrager en udvalgt problemstilling fra projektet. Det er meningen, at eleven præsenterer problemstillingen og den anvendte matematiske metode. Ved præsentationen kan eleven fx vise kompetencer inden for modellering, faglig formidling, fagsprog, argumentation, notation, brug af repræsentationer og matematisk metode. Ved præsentationen kan eleven vise faglig forståelse, overblik og selvstændighed.

Bevisførelse / matematisk deduktion og ræsonnement kan indgå i eksaminationen enten i relation til første delspørgsmål, dvs. til teori knyttet til projektet og/eller til det andet delspørgsmål, alt efter hvad der er rimeligt tidsmæssigt.

Det er vigtigt, at opgaverne udformes brede, således at eksaminanden gives mulighed for at vise selvstændighed. Derudover er det væsentligt at tilgodese både den elev, der skal have karakteren 02 og den elev, der skal have karakteren 12. Det er derfor ikke relevant om emnet der stilles opgaver i fremkommer på både B- niveau, men mere hvordan emnet har været behandlet i undervisningen og projekterne.

De ukendte bilag skal perspektivere spørgsmålet gennem billeder, figurer, kort overskuelig tekst og lignende. Bilag kan også være fysiske genstande. Bilaget trækkes sammen med det mundtlige spørgsmål, og inddrages i den faglige samtale i anden del af eksaminationen. Bilaget skal relatere sig til mindst et af de to til tre delspørgsmål og må ikke være deciderede regneopgaver.

Herunder ses et eksempel på, hvordan en opgave med tilhørende bilag kan være opbygget. Forskellen på de to eksempler er et med 3 delspørgsmål og et ned to delspørgsmål. Det første af de to eksempler har modelleringen mere i fokus og det andet har teorien mere i fokus.

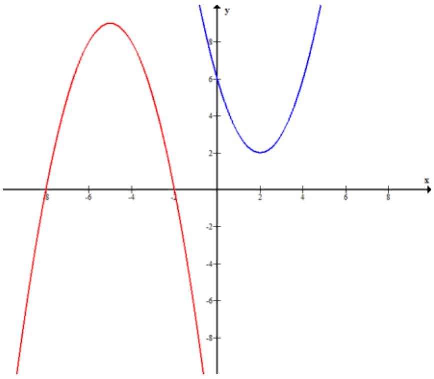
a) Redegør kort for modelleringen i projekt **Avedøreværket**.

b) Gør rede for planens parameterfremstilling, og forklar om bestemmelse af vinkel mellem linje og plan.

c) Gør rede for betydningen af konstanterne i forskriften for parablen $f(x) = ax^2 + bx + c$, og forklar om bestemmelse af nulpunkter.

d) Undervejs i din fremlæggelse skal du inddrage vedhæftede bilag.

Bilag



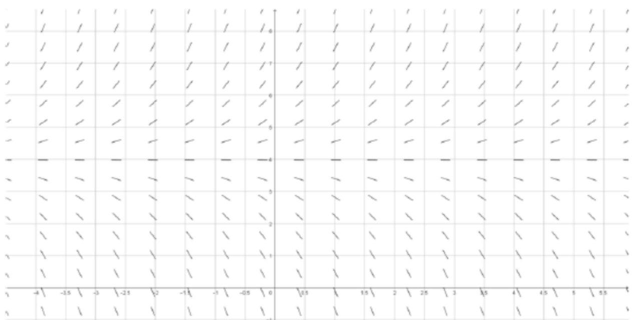
a) Gør rede for løsning af differentialligning af typen $y' = ay + b$ med udgangspunkt i projekt Salttank.

b) Gør rede for bestemmelse af vinkel mellem planer i rummet.

c) Undervejs i din fremlæggelse skal du inddrage vedhæftede bilag.

Bilag

Fortæl om linjeelementer med udgangspunkt i figuren nedenfor



Eksempler på eksamensspørgsmål kan findes på EMU'en. Det findes til sidst i dokumentet om Notat om skriftlig prøve HTX-A niveau (Prøver og eksamen | emu danmarks læringsportal)

Under forberedelsen må eksaminanden benytte alle hjælpemidler. I forbindelse med den stadig mere udbredte brug af computeren til at tage noter på, vælger nogle elever at lave noterne i forberedelsen på computeren ofte som klippe-klistre fra undervisningsnoterne. Det er vigtigt, at eksaminanden er klar over, hvad formålet med forberedelsestiden er, og hvordan tiden udnyttes bedst muligt. Det vil næppe forbedre elevens præstation, at vedkommende ved prøven medbringer lange detaljerede noter, der er hentet direkte ind fra tidligere notater.

Eksaminanden har mulighed for at medbringe såvel noter, bøger computer/lommeregner etc. under eksaminationen, men igen er det vigtigt, at man i forvejen har drøftet eksaminationens forløb med eleverne. En forud forberedt PowerPoint-præsentation, der læses op, fortæller ikke meget om eksaminandens matematikkundskaber. Derimod har eksaminanden naturligvis lov til at støtte sig til sin disposition/noter i mindre omfang. Det forlanges ikke, at eksaminanden kan huske hele sin præsentation udenad. Hvis eksaminanden finder det relevant at anvende fx. en computer til visualisering af en given problemstilling eller komplicerede udtryk i forbindelse med et bevis er dette også muligt. Her skal eksaminanden frarådes at skrive tekst i forbindelse med dette.

Censor og eksaminator skal være opmærksomme på formålet med den mundtlige prøve, nemlig at eksaminanden skal vise, i hvor høj grad vedkommende har tilegnet sig de matematiske kernekompetencer jf. afsnittet om bedømmelseskriterierne.

Det samlede grundlag skal fremgå af undervisningsbeskrivelsen. Undervisningsbeskrivelsen skal sikre et entydigt eksaminationsgrundlag.

I uddybning og perspektivering af emnet lægges der op til at eksaminanden selvstændigt kan inddrage relevant stof inden for emnet og på den måde kan gives mulighed for selvstændigt at vise fagligt overblik og progression inden for emnet.

"Der stilles i alt 14 til 16 forskellige opgaver, der skal gå igen et antal gange, således at det samlede antal som minimum svarende til antallet af eksaminander plus tre."

Det betyder, at hvis man har en prøve med fx 22 eksaminander, skal opgaverne dubleres en enkelt gang, mens der ved en prøve med fx 30 eksaminander skal der dubleres 2 gange, dvs. her går opgaverne igen tre gange. Det er vigtigt at antallet af opgaver overholdes for at sikre, at alle elever har samme forberedelsesmængde inden prøven.

Opgaverne (som hver indeholder to til tre kendte delspørgsmål og et ukendt bilag) og oplæg til projekterne sendes til censor mindst 5 hverdage før prøvens afholdelse, medmindre særlige forhold er til hinder herfor. Det kan betyde, at udsendelsen må foretages, før eksamensplanen er offentliggjort. Udsendelsen må da kun ske i et omfang, der ikke medfører, at andre dele af eksamensplanen kan udledes.

Inden den mundtlige prøve i matematik er det ikke censors rolle at godkende opgaver og bilag. Censor skal påse og, hvis der er grund til det, påpege, hvis censor mener, at opgaver og bilag ikke opfylder kravene, og bede eksaminator om at justere. Dette handler ikke om formen på opgaverne, da denne i forvejen er kendt af eleverne, men kun, hvis der er mangle i forhold til emner, der ikke er dækket af spørgsmålene, uden begrundelse herom fra eksaminators side eller at spørgsmålene ikke er svarende til A-niveau.

4.3 Bedømmelseskriterier

Det er vigtigt at understrege, at bedømmelsen – uanset prøveform – altid skal gennemføres som en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation. Det er også vigtigt at understrege, at eksaminandens besvarelse af projektet ikke indgår i bedømmelsen af den mundtlige præstation.

Oversigt over karakterskalaen

Nedenfor er angivet retningslinjer for opnåelse af karaktererne 12, 7 og 02 i matematik A.

Karakter	Betegnelse	Beskrivelse
12	Fremragende	Karakteren 12 gives for den fremragende præstation, der demonstrerer udtømmende opfyldelse af fagets mål, med ingen eller få uvæsentlige mangler.
7	God	Karakteren 7 gives for den gode præstation, der demonstrerer opfyldelse af fagets mål, med en del mangler.
02	Tilstrækkelig	Karakteren 02 gives for den tilstrækkelige præstation, der demonstrerer den minimalt acceptable grad af opfyldelse af fagets mål.

Den skriftlige prøve på A-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet korrekt og hensigtsmæssigt. Hvor det er relevant er løsninger og modeller vurderet. Besvarelsen er veldokumenteret med sikker brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres stort fagligt overblik på alle felter og ud fra matematiske ræsonnementer argumenteres sagligt for de anvendte løsningsmetoder. Eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte mellem forskellige repræsentationsformer. Kommunikationsværdien er meget høj, idet der på en naturlig måde skiftes mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. I besvarelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	I besvarelsen benyttes matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – på en fornuftig måde. Der demonstreres et solidt og bredt fagligt overblik, og ud fra matematiske ræsonnementer argumenteres i et vist omfang for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er dokumenteret med en god brug af figurer og symbolsprog. Eksaminanden er delvist i stand til at opstille og behandle matematiske modeller og vurdere løsningerne. Kommunikationsværdien er god, idet eksaminanden kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Eksaminanden behersker fagets terminologi og har et godt kendskab til sammenhængen mellem forskellige repræsentationsformer. I besvarelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet på et meget elementært niveau. Matematiske ræsonnementer anvendes usikkert og usammenhængende. Dokumentationen er mangelfuld med ringe brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres et beskedent fagligt overblik og eksaminanden har kun kendskab til en begrænset del af stoffet. Eksaminanden er i ringe grad i stand til at opstille og behandle simple matematisk modeller, men kan løse elementære opgavetyper. Anvendelsen af fagets terminologi er usikker. Kommunikationsværdien er beskeden, idet eksaminanden kun i mindre udstrækning kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Honorering af fagets mindstekrav giver karakteren mindst 02.

Den mundtlige prøve på A-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	Fremstillingen er velstruktureret og fagets terminologi anvendes sikkert. Der veksles problemfrit mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer meget stor fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder matematisk bevisførelse. Eksaminanden viser et stort overblik på alle felter samt evne til at generalisere. Hvor det er relevant veksles mellem begrebernes forskellige repræsentationsformer. Ved fremlæggelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	Fremstillingen er godt struktureret, og fagets terminologi benyttes. Der veksles på tilfredsstillende måde mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer en vis fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder matematisk bevisførelse, der kombineres med konkrete anvendelser. Eksaminanden har et godt overblik på mange områder og kan i nogen grad generalisere. Der veksles mellem begrebernes forskellige repræsentationsformer. Ved fremlæggelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	Fremstillingen er ustruktureret. Eksaminanden behersker kun mangelfuldt fagets terminologi og skifter usikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog, samt mellem forskellige repræsentationsformer. Eksaminanden demonstrerer en beskeden fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement, hvor væsentlige argumenter udelades. I stedet vises eksempler på konkrete anvendelser. Eksaminanden har et mangelfuldt overblik og har kun kendskab til en begrænset del af stoffet.

BØRNE- OG UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR UNDERVISNING OG KVALITET