



**BØRNE- OG  
UNDERVISNINGSMINISTERIET**  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET



# Vejledning til Matematik B, htx

---

August 2024

Vejledning til Matematik B, htx  
August 2024

2024

ISBN nr. [xxx xxx xxx] (web udgave)

Design: Center for Kommunikation og Presse

Denne publikation kan ikke bestilles.

Der henvises til webudgaven.

Publikationen kan hentes på:

[www.uvm.dk](http://www.uvm.dk)

Børne- og Undervisningsministeriet

Departementet

Frederiksholms Kanal 21

1220 København K

# Indhold

---

Indledning.....	4
<b>1</b> Identitet og formål .....	5
1.1 Identitet.....	5
1.2 Formål.....	5
<b>2</b> Faglige mål og fagligt indhold .....	6
2.1 Faglige mål .....	6
2.2 Kerne stof .....	6
2.3 Supplerende stof.....	11
2.4 Omfang .....	11
<b>3</b> Tilrettelæggelse .....	12
3.1 Didaktiske principper.....	12
3.2 Arbejdsformer .....	13
3.3 It.....	16
3.4 Samspil med andre fag.....	18
<b>4</b> Evaluering.....	20
4.1 Løbende evaluering .....	20
4.2 Prøveform .....	21
4.3 Bedømmelseskriterier.....	23

# Indledning

---

Vejledningen præciserer, kommenterer, uddyber og giver anbefalinger vedrørende udvalgte dele af læreplanens tekst, men indfører ikke nye bindende krav.

Citater fra læreplanen er anført i citationstegn og kursiv. Alle citater er fra læreplanen til B-niveau på htx.

Dette er den første vejledning til læreplanerne, der gælder fra august 2024.

I stedet for en vejledning, der dækker alle niveauerne, bliver der her vejledninger til de enkelte niveauer i særskilte dokumenter. Der findes ligeledes en særskilt vejledning til matematik B og A på eux.

# 1 Identitet og formål

---

## 1.1 Identitet

Faget matematik henter på htx-uddannelsen sin identitet både fra videnskabsfaget matematik og fra de fagområder, faget finder anvendelse indenfor i uddannelsen; de naturvidenskabelige -, de teknologiske - og de tekniske områder.

Nedenfor følger direkte citater fra læreplanen

*“Faget matematik omhandler menneskets forsøg på, at beskrive den verden vi lever i gennem matematisk modellering af naturvidenskabelige og samfundsvidenskabelige samt tekniske og teknologiske områder. Hermed bliver matematikken det sprog, som disse fag betjener sig af i beskrivelsen af kvantificerbare størrelser og relationer mellem disse.*

*Som borger i et moderne og demokratisk samfund er kritisk stillingtagen og fortolkning af matematiske modeller en væsentlig kompetence, ligesom forståelsen for og brugen af digitale matematiske hjælpemidler i et digitalt samfund.*

*Faget beskæftiger sig med opstilling af generelle regler og relationer, og mens matematikkens deduktive side knytter an til udvikling af logisk tænkning og ræsonnement, giver den induktive side mulighed for udvikling af kreativitet.*

*Den anvendelsesorienterede dimension i faget har stor vægt og består i, at man ved hjælp af matematiske teorier og modeller beskriver og analyserer problemstillinger inden for ovenstående områder, og efterfølgende udvikler og vurderer løsninger.”*

## 1.2 Formål

Eleven skal gennem uddannelsen stifte bekendtskab med matematisk teori, men med forskel på det valgte matematikniveau.

B-niveauet mere anvendelsesorienteret med hovedvægt på modellering og anvendelser af matematik, men stadig bearbejdning af matematisk teori, beviser og ræsonnementer. Arbejdet med matematik skal lede frem til, at eleven er i stand til at kunne inddrage viden fra andre fag og indgå i fagligt samspil i gymnasiet. Desuden at opnå viden og kundskaber inden for matematik, samt sætte den enkelte elev i stand til at forstå, vurdere og træffe beslutninger i såvel hverdags-, erhvervs- som studiemæssige sammenhænge.

Faget har en unik mulighed gennem modellering og arbejdet med autentiske problemstillinger til at bidrage til eleverne globale forståelse. Herunder kan faget medvirke til at arbejde med, og forståelse for, globale sammenhænge. Det kan gøres gennem tværfaglige projekter samt gennem arbejdet med problemstillinger i den enkelte lektion. Det kan gøres på stor skala og på den helt konkrete regneopgave. Det kan være i arbejde med klima, befolkning og globale naturvidenskabelige emner. I sig selv kan faget også bruges i globale sammenhænge, da fagsproget i matematik i sig selv er internationalt.

## 2 Faglige mål og fagligt indhold

---

### 2.1 Faglige mål

De faglige mål, som eleverne skal opnå i undervisningen i matematik, er formuleret i læreplanens afsnit 2.1. Det er disse mål eleverne skal opnå i gennem undervisningen i faget. De faglige mål skal ikke ses som individuelle undervisningspunkter men skal opnå gennem arbejdet med kernestoffet og det supplerende stof, der er beskrevet i afsnit 2.2 og 2.3.

De faglige mål er udtrykt vha. de 8 kernekompetencer i matematik:

- Tankegangskompetencen
- Problembehandlingskompetencen
- Modelleringskompetencen
- Ræsonnementskompetencen
- Repræsentationskompetencen
- Symbol- og formalismekompetencen
- Kommunikationskompetencen
- Hjælpemiddelkompetencen

En beskrivelse af de enkelte kernekompetencer kan findes på EMU'en [her](#). Arbejde med tilegnelsen af de 8 kernekompetencer i løbet af undervisningsforløbet vil medvirke til opnåelse af det daglige mål for faget. I praksis vil man opdele de endelige mål i nogle delmål, der gradvis opfyldes. Hvorvidt eleven har opfyldt fagets slutmål, undersøges ved de afsluttende prøver og i forbindelse med afgivelsen af de afsluttende standpunktskarakterer. Her bedømmes eleven i forhold til bedømmelseskriterierne, som ligeledes er udtrykt vha. kernekompetencerne. Nogle af de faglige mål evalueres fortrinsvis gennem det skriftlige arbejde, mens andre især bedømmes ud fra de mundtlige præstationer.

### 2.2 Kernestof

I det nedenstående vil kernestoffet fra læreplanen blive udfoldet.

*"grundlæggende regnefærdigheder; regningsarternes hierarki, reduktion, regler for regning med potenser og rødder, logaritmer, forholds- og procentregning, overslagsregning, ligefrem og omvendt proportionalitet"*

De fleste lærere vil opleve, at mange elever ikke har de regnefærdigheder, som vi forventer. Det betyder ikke, at eleverne ikke har arbejdet og trænet disse ting, men er måske snarere et udtryk for, at de har svært ved at bruge det, de har lært i én kontekst i helt andre sammenhænge, hvor sproget, symbolerne og metoderne er anderledes, end de er vant til. Disse basale færdigheder skal vi arbejde med, men elever lærer forskelligt. Erfaringer viser at man ikke løser problemet ved at afholde et teoretisk "brush up"-kursus, hvor der arbejdes intensivt med regneregler, ligningsløsning, brøker etc. for elever der har svært ved disse områder. En sådan tilgang kan ligefrem være ødelæggende for elevmotivationen generelt i faget. Eleverne finder det ofte meningsløst at træne tekniske færdigheder, som de ikke kan se, hvad de skal bruge til, og det er meget svært at lære noget, man finder meningsløst. Derfor kan emnerne med fordel og i udbredt omfang indlæres ud fra meningsgivende kontekster. Matematikkommissionens rapport peger på, at basale færdigheder skal have et øget fokus, og ovenstående emner i

læreplanen er væsentlige og vigtige forudsætninger for at kunne opnå mange af de matematiske kernekompetencer. Eksempler er manipulation med tal og bogstaver i bevisførelse, forståelse for grundmængdens størrelse ved modellering osv. Desuden afsluttes grundforløbet med en screening i lineære modeller. Ved delprøven uden hjælpemidler vil der også forekomme opgaver, hvor emnerne testes. Afklarende opgaveeksempler kan ses i vejledende screeninger og vejledende eksamenssæt, hvorfor det ikke uddybes yderligere hér.

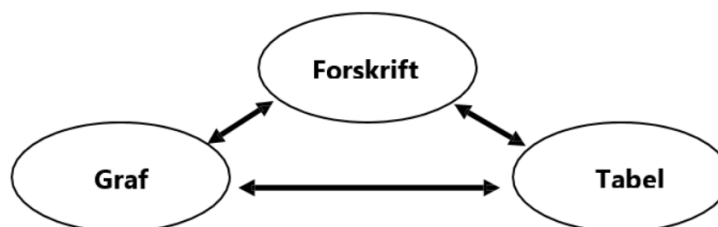
Bemærk, at overslagsregning indgår eksplicit, og dette medvirker til elevernes forståelse for størrelser og evne til at vurdere resultater.

Logaritmer kan evt. indgå i et samspil med kemi om pH-værdi eller med fysik i forbindelse med lyd, således at det forekommer relevant for eleverne.

*"funktionsbegrebet; repræsentationsformer, definitions- og værdimængde, fortegnsvariation, monotoni-forhold, beskrivelse ud fra en grafisk repræsentation"*

Hvad er en funktion? Forskning viser, at funktionsbegrebet og variabelsammenhæng er meget vanskeligt og abstrakt for de fleste elever. Det kan derfor være hensigtsmæssigt at begynde med mange konkrete eksempler, før den endelige definition stilles op.

I forbindelse med indførelse af funktioner, vil det være fornuftigt at tale om forskellige repræsentationer og deres styrker og svagheder:



Man behøver blot at åbne en avis, så er der eksempler på forskellige repræsentationer af funktioner, og disse repræsentationer er ofte et godt udgangspunkt for en diskussion af emnet. Samtidig giver det mulighed for at arbejde med den sproglige beskrivelse af funktioner og variabelsammenhænge, samt grafer.

Funktionsbegrebet ses som et centralt emne i matematik, hvorfor elevernes forståelse af funktioner skal prioriteres.

*"karakteristiske egenskaber ved funktioner; lineære funktioner, polynomier, eksponentielle udviklinger og potensfunktioner, logaritmefunktioner, trigonometriske funktioner herunder harmoniske svingninger, stykkevist definerede funktioner"*

Eleverne skal opnå viden om de grundlæggende funktioner nævnt ovenfor og kende karakteristika samt grafer for disse. Denne viden skal kunne anvendes i forbindelse med modellering inden for naturvidenskabelige problemstillinger.

Eleverne skal kunne bestemme forskriften for lineære funktioner, eksponentielle udviklinger og potensfunktioner ud fra to punkter.

Eleverne skal have kendskab til betydningen af koefficienterne til de ovennævnte funktioner, samt deres grafiske udtryk.

Der arbejdes med sammensatte funktioner og disses grund- og værdimængder samt stykkevist definerede funktioner. I forbindelse med indførelse af eksponential- og logaritmefunktioner samt potens- og rodfunktioner vil det være naturligt at gå ud over kernestoffet og se på omvendte/inverse funktioner, og disses anvendelsesområder.

Der skal kendes til stykkevis definerede funktioner. Stykkevis definerede funktioner skal også kunne indgå i modellering. Stykkevis definerede funktioner kan være sammensat af ovennævnte funktionstyperne og skal kunne indgå i forbindelse med modellering.

*"ligningsløsning; analytisk, grafisk og ved hjælp af it"*

I forbindelse med ligningsløsning skal eleverne præsenteres for metoder til at løse 2 ligninger med 2 ubekendte både analytisk, grafisk og ved hjælp af it. Større ligningssystemer (3 eller flere ligninger) kan naturligvis løses ved brug af it, eksempelvis at bestemme konstanterne i et 2. gradspolynomium ud fra 3 punkter.

Eleverne skal vide, hvornår en ligning kan løses analytisk, og hvornår den skal løses grafisk eller vha. it. Derudover skal det prioriteres, at eleverne kan løse opgaver algebraisk når løsningerne giver pæne resultater, og at der fortrinsvis anvendes it i forbindelse med ligningsløsning i modelleringsproblemer. Derudover giver det mening at løse ligninger inden for statistik og renten for en annuitet med it.

*"regression; xy-plot af datamateriale samt anvendelse af regression til bestemmelse af funktionsforskrifter, der beskriver et givet datasæt"*

Med fokus på modelleringskompetencen kan man arbejde med opstilling af sammenhænge ud fra givne data fx målepunkter og/eller hældninger. For at afgøre en funden models validitet, skal punkter og model altid indtegnes sammen, så graden af overensstemmelsen anskueliggøres. I den forbindelse kan styrker og svagheder ved regressionskoefficienten diskuteres. Her er det vigtigt at pointere over for eleverne, at når der skal bestemmes en matematisk model, fx en eksponentiel model ud fra et antal målepunkter, så er disse målepunkter behæftet med en usikkerhed/fejl, og de kan derfor ikke direkte benyttes ved indsættelse i forskriften for en eksponentiel udvikling  $f(x) = b \cdot a^x$  til bestemmelse af konstanterne  $a$  og  $b$ .

Eleverne skal kunne opstille modeller ved hjælp af lineær, eksponentiel og potens-regression.

Modellering af sammenhænge mellem variable er et område, hvor it-værktøjerne er med til at gøre undervisningen mere vedkommende og realistisk, samtidig med at begrebsforståelsen understøttes, uden det kræver forudgående træning af tekniske færdigheder.

*"grundlæggende differentialregning; bestemmelse af den afledede funktion for lineære funktioner, polynomier, eksponentielle udviklinger, anvendelse af regneregler for differentiation af sum, differens og funktion multipliceret med konstant, differenskvotient og overgang fra sekant til tangent samt sammenhæng mellem differentialkvotient og monotoniforhold samt ekstrema, væksthastighed"*

En grundlæggende forskel ved arbejdet med differentialkvotientbegrebet på A- og B-niveau er, at der på B-niveau arbejdes med forståelse for differenskvotient og overgangen fra sekant til tangent, mens der på A-niveau arbejdes med forståelse for begreberne grænseværdi, kontinuitet og differentiability samt definition og fortolkning af differentialkvotient.

Der arbejdes med bestemmelse af differentialkvotienter og afledede funktioner, og forskellen på de to begreber diskuteres. Eleverne skal kunne redegøre for udledningen af visse regneregler inden for differentialregning, her vil holdets generelle niveau afgøre, hvor svære udledninger man skal medtage. For at udvikle elevernes forståelse af differentiation skal eleverne se mindst et af de tilhørende beviser fx differentiation af summen af to funktioner. Her vil det også være muligt at vise et eksempel på et induktionsbevis i form af beviset for differentiation af potensfunktioner med heltallig koefficient.

I forbindelse med arbejdet med differentialregning og optimering skal eleverne blive i stand til at differentiere funktioner uden brug af hjælpemidler.

Når der arbejdes med optimering og bestemmelse af en funktions monotoniforhold, skal eleverne have kendskab til matematikken bag løsningerne, fx at et ekstremumspunkt kan forekomme, hvor differentialkvotienten er 0, men at dette ikke er et tilstrækkeligt krav. Bestemmelse af dette nulpunkt vil i nogle



tilfælde bestemt vha. et it-hjælpemiddel enten ved løsningen af ligningen  $f'(t) = 0$  eller ved en sproglig beskrivelse kombineret med tegning af en graf, der viser den aflededes skæring med x-aksen og/eller en graf, der viser funktionens forløb med ekstremumpunkter markeret. Aflæsning af fx et maksimum på en graf, eller brug af faciliteter som "maximize" anses ikke som en fuldstændig løsning, idet den bagved liggende matematik er kernestof, og derfor forventes at blive bragt i spil ved dokumentation om ikke andet så en forklarende tekst.

*"integralregning; integrationsprøven, anvendelse af stamfunktion til bestemmelser af arealer under grafen for positive funktioner"*

Forståelsen af stamfunktion kan her begrænses til integrationsprøven, og kan være ren instrumentel til beregning af arealer under grafer for positive funktioner. Integralregning er medtaget på B-niveau for at styrke det faglige samspil med fysik.

*"grundlæggende klassisk geometri og trigonometri; forholdsregninger i ligedannede trekanter, beregninger i retvinklede og vilkårlige trekanter, bestemmelse af areal af plane figurer samt volumen og overfladeareal af rumlige figurer"*

Inden for den klassiske geometri skal eleverne have kendskab til begreber som højder, medianer, vinkelhalveringslinjer, ind- og omskreven cirkel i en trekant, linjer, cirkler og punkter. Begreberne ligedannedhed og ensvinklede trekanter er centrale for emnet og benyttes i mange af de beviser, der er gode eksempler på matematiske argumentation og ræsonnement. Det vil her være fornuftigt her at diskutere forskellen på eksempler og beviser, samt styrken i et matematisk bevis. Her kan arbejdet med forskellige geometriprogrammer gøre undervisningen mere varieret og understøtte elevernes begrebsforståelse. Emnet har endvidere den store fordel, at mange af de matematiske ræsonnementer der benyttes er "algebrafri", og algebra er en af fagets helt store snublesten. Man kan derfor arbejde med matematiske argumenter, uden de drukner i beregninger, omskrivninger og bogstavmanipulationer, der ofte kommer til at overskygge, hvad den matematiske substans i virkeligheden handler om.

Cosinus, sinus og tangens kan introduceres ud fra ligedannede trekanter eller ud fra koordinaterne til punkter på enhedscirklen. Trigonometriske grundligninger og simple trigonometriske formler indgår i undervisningen, og der lægges vægt på nødvendigheden af kontroltegninger.

Man arbejder med regulære polygoner og forskellige typer af plane og rumlige figurer som fx korde, pilhøjde, cirkeludsnit, cirkelafsnit, prisme, cylinder, kegle, keglestub, pyramide, pyramidestub, kugle, kugleudsnit og kugleafsnit.

Ved udledning af formlerne for overfladeareal og rumfang af udvalgte figurer, kan eleverne inddrages i et induktivt forløb, hvor de med vejledning, selv kan udlede mange af formlerne. Fx kan eleven lave udfoldninger af cylinder, kegle og keglestub og derigennem bestemme udtryk for overfladearealerne.

*"analytisk plangeometri; punkt, linje, parabel og cirkel, skæringer og afstande"*

I dette emne arbejdes der med den analytiske beskrivelse af forskellige geometriske figurer i planen herunder cirkelns, parablens, hyperblens og linjens ligning. Som introduktion kan cirkler, parabler og hyperbler fx beskrives som keglesnit. Når man indenfor dette emne skal udvælge beviser, der bedst bidrager til elevernes ræsonnementskompetence, kan man med fordel man overveje, hvad elevens udbytte med arbejdet er, og om dette står mål med den tid, der bruges. Fx kan man nemt komme til at bruge meget lang tid på omskrivninger mellem forskellige udgaver af cirkelns ligning eller bestemmelse af skæring mellem 2 linjer ved determinantmetoden, uden eleverne opnår nogen større forståelse for den bagvedliggende matematik, især da it-værktøjer her er meget effektive, og hjælpemiddelkompetencen derfor er oplagt at opdyrke. Omvendt er der mange gode ræsonnementer i beviserne for sætningerne om ortogonale linjer og afstand mellem punkt og linje som samtidig fører til et nødvendigt udtryk i forbindelse med løsning af konkrete opgaver.

*"geometrisk og analytisk vektorregning i planen; vektorrepræsentation både med kartesiske og polære koordinater, komposanter, længder og vinkler"*

Vektorer defineres ved begge deres repræsentationer, polære koordinater (længde og retning) samt kartesiske koordinater. Det er en god idé at relatere vektorerne til praktiske eksempler som fx kræfter i fysik. Ofte vil eleverne have nemmere ved at forstå det noget abstrakte vektorbegreb, hvis det først er introduceret i fysik, og man først herefter indfører de formelle definitioner i matematik. Alternativt kan vektorer kobles til forskydning af punkter, et emne som eleverne kender fra folkeskolen.

Også her skal sætninger og beviser udvælges med omhu, set i lyset af de kompetencer eleverne skal opnå, og igen vil det være vanskeligt at nå at arbejde med opgaver, der belyser alle tænkelige problemstillinger vedrørende projektioner, afstande, vinkler etc. Det er altså vigtigt at fokusere på forståelsen af de forskellige problemstillinger samt de hjælpemidler, der gør det muligt for eleverne at løse problemer, de ikke nødvendigvis er stødt på i samme form før.

### **For både B og A-niveau:**

*”Mindstekravene tager udgangspunkt i kernestoffet og omfatter grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer, dvs. eleven skal kunne anvende matematiske begreber og gennemføre simple ræsonnementer, skifte mellem repræsentationer, håndtere simple matematiske problemer med og uden matematiske værktøjsprogrammer samt udøve basal algebraisk manipulation” [LPA 2.2]*

Mindstekrav er indført i matematik for at sikre, at eleverne er bekendt med, hvad der som minimum forventes, for at bestå matematik på et givet niveau.

Det betyder at de får en vigtigere plads i undervisningen. Mindstekravene skal være med til at sikre, at alle elever har en række basale færdigheder inden for alle emner. Dette selvom at mindstekravene stadig sigter mod et *bestået niveau*. Mindstekrav handler i prøvesituationen om summativ bedømmelse, i forhold til om en elev kan bestå/ikke bestå prøven, men i den daglige undervisning handler det også om træning af basale færdigheder.

På B-niveau vil mindstekravene blive testet i forbindelse med en eventuel mundtlig prøve. Det er op til den enkelte underviser at stille spørgsmål i mindstekravene. Der er udarbejdet en eksempelsamling med mindstekravsopgaver til B-niveau, som er tilgængelig på EMU'en.

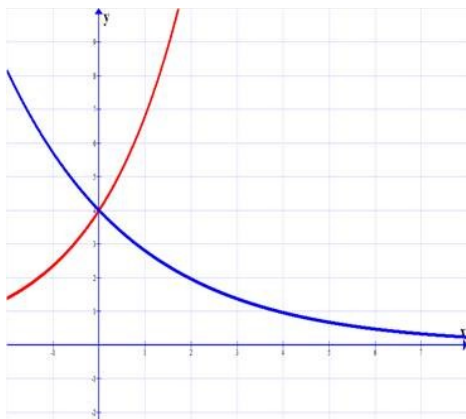
Spørgsmålene i mindstekrav til den mundtlige prøve må ikke være kendte på forhånd, og de skal trækkes inden, eleven går ind til forberedelse. På den anden side skal opgavernes form og indhold heller ikke være helt ukendte for eleven. Det betyder, at eleven i den daglige undervisning løbende præsenteres for opgavetyper, der kan tænkes at indgå til testning af mindstekrav. Eleverne kender således ikke på forhånd de specifikke opgaver, der indgår ved prøven, men de er informeret om hvilke opgavetyper, de vil kunne møde ved prøven. Hele tanken bag indførelse af mindstekrav er, at eleverne skal kunne forberede sig, så de på forhånd kan sikre sig, at kunne bestå.

For at eleven kan træne mindstekravene er det vigtigt, at der er fokus på basale færdigheder med og uden CAS gennem hele uddannelsesforløbet, hvor hovedvægten skal ligge på færdigheder uden brug af CAS. Når læreren gennemgår et emne kan mindstekravene derfor tydeliggøres for eleverne.

Nedenfor ses nogle eksempler på mindstekravsopgaver opdelt i forhold til kernestofemner:

### **Karakteristiske egenskaber ved funktioner:**

Graferne for to eksponentielle funktioner,  $f(x) = 4 \cdot 1,7^x$  og  $g(x) = 4 \cdot 0,7^x$  er vist i nedenstående koordinatsystem:



Redegør for hvilken funktion, der er hhv.  $f$  og  $g$ .

### Integralregning:

Grafen for funktionen  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  afgrænser sammen med  $x$ -aksen et område der har et areal. Bestem størrelsen af dette areal.

## 2.3 Supplerende stof

Det supplerende stof skal udvælges, så det kan

- *"understøtte de faglige mål, herunder de faglige mindstekrav*
- *inddrage matematisk teori og anvendelser, der udgør en progression i forhold til kernestoffet enten ved at perspektivere områder fra kernestoffet og uddybe de faglige mål, der er erhvervet herfra, eller ved at inddrage andre matematiske områder*
- *understøtte fagets samspil med andre fag. Dette kan f.eks. ske ved at udvælge områder, som medvirker til opfyldelse af mål i elevens øvrige fag*
- *understøtte elevens anvendelse af matematik til modellering og problembehandling."*

Bemærk endvidere, at der i forbindelse med udvælgelsen af det supplerende stof, er et krav om, at stoffet understøtter elevernes erkendelse af, at faget kan anvendes i forbindelse med modellering og problemløsning i andre fag uanset fagets status som studieretningsfag eller valgfag, ligesom der er et krav om, at der gennem arbejdet med det supplerende stof sker en uddybning af emner fra kernestoffet.

Det supplerende stof vælges under hensyntagen til det faglige samspil i studieretningen, elevernes ønsker og evner og evt. lærerens særlige kompetencer.

Der skal på B-niveauet også indgå materiale (bøger, hjemmesider, artikler, videoer mm) på engelsk og derudover på andre fremmedsprog, når det giver mening.

## 2.4 Omfang

*"Forventet omfang af fagligt stof er normalt svarende til 300-500 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale."*

Det forventede omfang af fagligt stof er ikke opgivet i normalsider. Matematiske tekster (i bred forstand) indeholder som oftest større mængder af symbolsprog. For traditionel lærebogsmateriale opgøres omfanget af læst stof ud fra det aktuelle antal sider i materialet (en side er en side). Omfanget af det faglige stof formidlet igennem andre medier opgøres på fornuftig vis under hensyntagen til sværhedsgraden af stoffet, og hvilket medie der er tale om.

# 3 Tilrettelæggelse

---

## 3.1 Didaktiske principper

Som gymnasielærer er det vigtigt at være opmærksom på, at faget "matematik" i grundskolen adskiller sig væsentligt fra det, vi forbinder med gymnasiefaget, og at denne forskellighed for mange elever fører til vanskeligheder, som vi med omtanke kan gøre meget for at afhjælpe. Undervisningen i grundskolen har fokus på problemløsning, hvor man argumenterer for og opstiller beregninger ud fra en virkelighedsnær kontekst, der tager udgangspunkt i fortællinger om personer, der oplever eller udfører konkrete aktiviteter. Faget er beskrivende og forklarende med en intuitiv forståelse af de matematiske begreber. I modsætning hertil kendetegnes undervisningen i gymnasiet af en formel tilgang med præcise definitioner, opstilling og anvendelse af generelle formler og krav om stringente ræsonnementer. Igennem grundforløbet skal eleverne med udgangspunkt i kendt stof og velkendte metoder fra grundskolen introduceres for de metoder, der anvendes i gymnasiet. Netop det at bygge videre på den matematiske viden og de kompetencer, eleverne har med sig fra grundskolen er et væsentligt aspekt i grundforløbet, og som lærer skal man være varsom med at forkaste den bagage, eleverne kommer med, men i stedet italesætte forskelle og ligheder i metoder, problemløsningsstrategier, brug af IT, dokumentation, generalisering osv. så eleverne fornemmer, at det de har lært, er ok men nu skal de videre.

*"En del af det faglige stof, der skal behandles i grundforløbet er centralt fastlagt og omhandler lineære modeller, herunder lineære funktioner. Dette gøres til genstand for afprøvning i en screening i den afsluttende del af grundforløbet".*

Screeningen skal ligge i den afsluttende del af grundforløbet, så både elever og lærere kan anvende resultatet som led i elevernes endelige beslutning om valg af studieretning, herunder matematikniveau. Screeningen varer to timer og skal anvendes til at få et indblik i, om den enkelte elev er i stand til at anvende det faglige stof, som er behandlet i grundforløbet. Det er ikke nødvendigt, at eleverne får en karakter for screeningen, men at resultatet fra screeningen skal kvalificere evalueringssamtalen. Screeningen skal tilrettelægges så den afspejler den måde der er undervist på i grundforløbet ellers. Dvs. har man valgt en didaktisk tilgang, hvor man arbejder uden brug af it skal dette også være gældende til screeningen. Det vil dog ikke være hensigtsmæssigt at tilrettelægge undervisningen og den tilhørende screening sådan at eleverne ikke har adgang til en lommeregner. Hvis man ønsker, at der til screeningen skal anvendes en formelsamling, vil det være hensigtsmæssigt, at der pågår et arbejde med selv samme formelsamling løbende op til screeningen.

Nogle lærere introducerer allerede i grundforløbet eleverne for de matematiske kernekompetencer. Andre bruger nok kompetencerne i deres undervisningsplanlægning, men foretrækker at undlade at bruge terminologien over for eleverne. Her er det væsentligt, at eleverne hele tiden ved, hvad vi forventer af dem, og hvad de bliver bedømt på, såvel i undervisningen som ved det skriftlige arbejde, og her er kompetencebegrebet et godt redskab.

På begge niveauer foregår arbejdet med matematik som en vekselvirkning mellem udledning og anvendelse teori, men hvor teoridannelsen fylder forholdsvis mere i løbet af A-niveauet. Udledningen kan foregå induktivt, hvor eleverne på grundlag af eksperimenter og eksempler finder mønstre, relationer, regler og opstiller hypoteser, der sidenhen eftervises eller deduktivt, hvor kendte sammenhænge, fx sætninger, som eleverne allerede er præsenteret for, bevises. Begge tilgange er kendetegnende for faget og derfor vigtige at gøre eleverne bekendt med. Mange elever kommer til gymnasiet – og forlader

det igen 3 år senere, med den opfattelse at matematik er et fag, hvis primære indhold er en række regler, som skal huskes. Kun ved at vise eleverne fagets mange andre facetter, har vi mulighed for at ændre denne opfattelse.

Gennem udvikling og vedligeholdelse af grundlæggende færdigheder styrkes elevernes ræsonnementskompetence og matematiske begrebsforståelse. Ved eksplicit at fremhæve de faglige mindstekrav, hvor disse optræder i en faglige kontekst i en given undervisningssituation, gøres de grundlæggende færdigheder tydelige for eleverne. Det anbefales derfor at dette sker i forbindelse med såvel teoriudledning som ved konkrete problemløsnings- eller modelleringsaktiviteter i stedet for gennem særligt tilrettelagte "træningsforløb", der forekommer løsrevet fra den øvrige undervisning.

## 3.2 Arbejdsformer

Undervisningen tilrettelægges med udgangspunkt i praktiske problemstillinger, ligesom der arbejdes med matematisk teori og bevisførelse. Progressionen fra B- til A-niveau ligger i kompleksiteten og vægtingen af problemstillinger og den teori og bevisførelse, der arbejdes med. På A-niveauet øges kompleksitet af både problemstillinger og matematisk teori, ligesom der på A-niveauet lægges større vægt på abstrakt matematik. Ved planlægningen af undervisningen skal læreren have øje for, at den abstrakte matematik kan være vanskelig for eleverne. Det er derfor vigtigt, at der i undervisningen løbende arbejdes med matematisk teori, og at der arbejdes på flere niveauer. Nogle elever kan fx gøre større brug af it-redskaber i tilegnelsen af teorien end andre, eller nogle elever kan bearbejde konkrete eksempler, mens andre elever generaliserer og arbejder med brug af symboler.

### Modellering

Modellering og arbejdet med praktiske problemstillinger har en central plads i undervisningen. Undervisningen planlægges, så der er fokus på, at eleven løbende udvikler og styrker sin problemløsnings- og modelleringskompetence.

### Undervisningen

For at tilgodese de forskellige elevtyper vil undervisningen ofte foregå som en vekselvirkning mellem klasseundervisning med læreroplæg, individuelle træningsøvelser og opgaver, gruppeopgaver, arbejde i grupper, projektarbejde, klasses Diskussioner og elevfremlæggelse. Så vidt det er muligt skal undervisningen tage udgangspunkt i den enkelte elevs faglige niveau og tilgang til faget.

Arbejdet i grupper kan fx foregå ved nedsættelse af 3-mandsgrupper, hvor hver gruppe skal gennemarbejde og efterfølgende præsentere et emne for klassen. Produktkravene til et gruppearbejde kan være en mundtlig fremstilling med tavlegennemgang eller elektronisk præsentation, udarbejdelse af skriftligt materiale eller kombinationer af disse.

Htx er kendetegnet ved, at mange elever kommer fra hjem, der ikke har en boglig tradition. For at få flere til at gennemføre en ungdomsuddannelse støttede Undervisningsministeriet i 2009 en opfølgning af forskningsprojektet "Når gymnasiet er en fremmed verden," der satte særligt fokus på de elever, hvis forældre ikke selv har taget en gymnasial uddannelse – de såkaldte gymnasiefremmede elever. Her blev der i flere fag udarbejdet rapporter med konkrete forslag bl.a. i matematik på htx. Rapporten indeholder tips og gode idéer til afvekslende undervisning, der er relevante for alle elevtyper. Fx gives eksempler på brug af forskellige "spil", som understøtter såvel den mundtlige som den skriftlige dimension.

### Den mundtlige dimension

Det er vigtigt, at man giver eleven mulighed for at udtrykke sig mundtligt, så det talte sprog udvikles og trænes. Det kan ske ved (tavle)fremlæggelse, klasses Diskussioner eller blot besvarelse af spørgsmål i undervisningen.

### Den skriftlige dimension

Det er vigtigt, at man arbejder med den skriftlige dimension af faget, så også det skrevne sprog udvikles og trænes. Kommunikationsværdien af elevernes skriftlige produkter evalueres og udvikles løbende. Det gælder både ift. brugen af faglige begrebet i de egentlige tekster, men også elevernes brug af figurer, grafer, tabeller er vigtigt, ligesom elevernes brug af korrekt matematisk notation skal være i fokus.

Endelig kan der arbejdes med forskellige teksttyper. Projekt opgaverne har en særlig plads i undervisningen på htx og omtales nedenfor.

### **Projekt opgaver**

Det er vigtigt, at læreren udarbejder projektoplæggene på en sådan måde, at der i slutningen af forløbet lægges op til en besvarelse, hvor eleven kan demonstrere evnen til selvstændigt at analysere et givet problem og opstille en løsningsmodel. Oplæggene må derfor ikke ligne traditionelle matematik opgaver, hvor alle oplysninger er givet, og eleven ledes gennem besvarelsen med konkrete spørgsmål.

Formålet med projekterne er at uddybe elevens forståelse for teorien og træne eleven i at matematisere et praktisk problem. Der kan med fordel samarbejdes med de øvrige fag om projekter.

Arbejdet med et projekt kan foregå i grupper eller selvstændigt og afsluttes med en eller anden form for dokumentation. Ofte vil denne dokumentation være en skriftlig rapport, men det er også muligt at lave fx en skærmpresentation, en film, en lærebog, en artikel el. lign.

I stedet for at lade projektet afslutte et emne, kan man også vælge at lade arbejdet med et projekt danne ramme om undervisningen i et emne. Det er således gennem arbejdet med projektet, at eleven introduceres for nyt stof og gennemarbejder det. Projekterne laves i perioder jævnt fordelt over uddannelsesstiden, således at læreren kan anvende disse som element til variation af undervisningen. Projekterne danner udgangspunkt for den mundtlige prøve i faget på begge niveauer.

Gennem projekterne forsøger eleven selvstændigt at finde en eller flere matematiske løsningsmodel(ler), og læreren fungerer som vejleder. For nogle elever og grupper vil vejledningen foregå i mange små trin, mens andre vil kunne arbejde selvstændigt og kun have behov for meget lidt vejledning. Det er en balanceakt, som læreren skal indstille sig på i alle projektførelser. Projekterne træner i særlig grad elevernes modelleringskompetence og deres kommunikationskompetence. Der skal lægges vægt på, at dokumentationen for et projekt fremstår som en helhed med en god kommunikationsværdi, hvilket vil sige, at besvarelsen kan læses (eller ses) og forstås, selv om læseren ikke kender opgaven på forhånd.

Dokumentationen af elevens arbejde med projektet kan antage mange former, men ofte vil et projekt resultere i en rapport. Formålet med en matematikrapport er, at give eleverne mulighed for at fremstille skriftlig dokumentation for en konkret problemstilling på et niveau eleven selv vælger. Det er derfor vigtigt at lave en åben problemformulering, så både stærke og svage elever kan finde udfordringer. Herudover kan eleven fordybe sig i dele af den teori, der ligger bag beregningerne. En projektrapport vil typisk indeholde følgende hovedafsnit.

### **Opgaveanalyse**

En kort beskrivelse af, hvad opgaven går ud på, samt hvilke oplysninger der er givet. Hvis der fx mangler oplysninger, for at opgaven kan besvares, kan det være nødvendigt, at eleven drager nogle konklusioner og formulerer egne antagelser eller indhenter relevante oplysninger.

### **Løsningsmodel(ler)**

En handlingsplan for, hvordan eleven tænker opgaven løst, og herunder hvilken matematisk teori, der skal anvendes i den relevante situation og om muligt også en begrundelse hvorfor. Dette afsnit træner eleven i at bevæge sig op på et højere abstraktionsniveau end blot at kunne løse en konkret opgave

### **Dokumentation**

Her skal selve opgaven løses, og alle udregninger dokumenteres, beskrives og evt. illustreres.

Det kan anbefales, at eleven medtager et teori afsnit, hvor den benyttede teori opsummeres og udvalgte dele uddybes. Relevante beviser medtages. Denne del er et godt afsæt for den mundtlige prøve.

### **Vurdering**

En diskussion af den fundne løsning i relation til opgaven, fx de opstillede forudsætninger og antagelser.

### **Læsning**

Eleverne er fra grundskolen vant til, at matematikbøgerne hovedsageligt er instruerende og fyldt med opgaver, så eleverne er trænet i at læse matematik for at lave matematik, men det kan være nyt for mange elever at skulle læse matematik for at lære matematik. Derudover viser erfaringen, at noget af det allersværeste ved overgangen fra grundskole til gymnasium er vores udstrakte brug af symboler og benyttelse af symbolholdige tekster. Når man i undervisningen oplever, at eleverne aldrig læser lektier eller ikke får det forventede udbytte heraf, er det ikke nødvendigvis et udtryk for uvilje eller dovenskab. De kan ganske enkelt ikke læse de bøger, der anvendes i undervisningen. Derfor kan det være en rigtig god investering at bruge energi på den faglige læsning.

Matematiske tekster i lærebøger er ofte multimodale tekster, som er sammensat af tekst (med og uden symboler), formler, figurer, tabeller eller billeder, og det giver udfordringer for eleverne. Mange af de ord, der benyttes i teksten, kan have en helt anden betydning i matematisk sammenhæng end de har i hverdags sproget som for eksempel funktion, forhold, bestem osv. Undersøgelser viser, at formler, figurer, tabeller mv. opfattes som illustrationer af mange elever, der ikke er nødvendige at læse og derfor springes de over i læsningen. Læseruten for en multimodal tekst er ofte med spring frem og tilbage mellem de enkelte elementer, og det er vigtigt at synliggøre denne. Man må hele tiden tænke på, at det er første gang, eleverne møder tekster som disse, og der skal ofte hjælp til at knække koden.

Den faglige læsning i undervisningen kan foregå på mange måder, og det er en god idé at inddrage aktiviteter både før, under og efter læsningen. Før læsningen kan der arbejdes med elevernes for forståelse, og eleverne kan eksempelvis udarbejde ordkendskabskort eller der kan på anden vis arbejdes med nye ord eller ord med anden betydning i teksten. Under læsningen er det vigtigt, at eleverne læser med forståelse, og der kan arbejdes med læseruten, som beskrevet ovenfor, eller der kan udarbejdes spørgsmål, som eleverne undervejs i læsningen skal stoppe op og svare på og dermed træne elevernes tænkestrategi under læsningen. Efter læsningen skal den nye viden konsolideres, og det kan eksempelvis gøres gennem skriftlig efterbearbejdning af teksten.

Der skal især i undervisningen på A-niveau indlægges perioder, hvor eleverne med passende progression i vejledningen af den faglige læsning arbejder med et matematisk område, så eleverne i den sidste ende kan arbejde selvstændigt med forberedelsesmaterialet. Her vil et samarbejde med andre fag være givtigt, så eleven får kendskab til faglig læsning i andre fag, og at dette kan understøtte og videreudvikle elevens faglige læsning.

### **Lektier**

Htx-elever har meget at lave. Derfor skal man nøje overveje, hvor mange og hvilke lektier man giver dem for, og det skal være meningsfuldt for eleven at lave dem. Måske skal man ikke til hver gang – uden større omtanke – give dem nogle sider for, der skal læses. Vi gennemgår dem jo alligevel i undervisningen, og måske står udbyttet af at have læst på forhånd ikke mål med den tid, der bruges på det. Hermed menes ikke at eleverne ikke skal forberede sig. Man skal blot overveje, hvordan de skal forberede sig, og det der er arbejdet med hjemme skal tages op, uddybes og afrundes i undervisningen. Det kan være en rigtig god idé at lade eleverne bruge deres ny erhvervede viden ved f.eks. at regne et par enkelte opgaver i undervisningen, og derudover lade dem træne yderligere med opgaveregning derhjemme. Disse opgaver skal måske ikke gennemgås detaljeret i den følgende lektion, men man kan lade eleverne gennemgå dem i mindre grupper eventuelt med hjælp fra en standardbesvarelse. Især dygtige elever finder det meget kedeligt at se andres (tavle)gennemgang af opgaver, de har lavet.

### 3.3 It

Helt fra htx-uddannelsens start har brugen af avancerede lommeregnere og it været en del af matematikundervisningen. I dag har de fleste elever bærbare computere og brugen af CAS er en forudsætning for arbejdet med projekterne og mange af de virkelighedsnære opgaver og eksempler, der arbejdes med i undervisningen. På matematik A er CAS desuden en forudsætning under den skriftlige prøves delprøve med hjælpemidler.

Som læreplanen også pointerer, skal det her understreges, at brugen af CAS ikke må indtage en så dominerende rolle, at de basale færdigheder svækkes.

CAS skal fortrinsvis bruges, hvor eleverne ikke kan løse opgaverne ved brug af "blyant og papir", dvs. i forbindelse med modelleringsopgaver og opgaver med virkelighedsnære problemer, hvor funktioner og værdier er med "skæve" tal. Denne del testes fortrinsvis i eksamensprojektet. Ved den mundtlige prøve testes elevernes færdigheder uden brug af CAS. Dette betyder dog ikke at alle opgaver i eksamensprojektet udelukkende skal løses med CAS.

Eleverne skal desuden have en forståelse for det matematik de arbejder med, sådan de kan skelne mellem, hvornår et problem kan løses med og uden brug af CAS-værktøj. Her er det vigtigt at understrege, at ikke alle elever har kompetencerne til at løse problemet uden brug af CAS, hvorfor de stadig kan have kompetence i forståelse af problemets kompleksitet. Her følger et par eksempler.

Eksempel på hvad elever skal vide *kan* løses i hånden og ikke altid *skal*: Beregn nulpunkterne for følgende anden grads polynomium  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ .

Eksempel på hvad elever skal vide *kan* løses i hånden men ikke *skal* løse i hånden: Et tværsnit af en skulptur kan beskrives med en funktionen givet ved  $f(x) = -0,0037x^3 + 2,25x^2 - 1,6x - 5$ . Bestem hvor høj skulpturen er.

Eksempel på hvad elever aldrig *skal* løse i hånden. Bestem,  $f(22,4)$  når  $f(x) = \sqrt{(x - 36,54)^2 - 12,43}$ .

I undervisningen tilstræbes en tilpas vekselvirkning mellem det analoge og det digitale. It og digitale medier og værktøjer, herunder kunstig intelligens, benyttes, hvor det skønnes hensigtsmæssigt ift. elevernes læringsproces og digitale dannelse. I anvendelsen af it styrkes elevernes evne til at søge, udvælge og formidle relevant fagligt materiale samt til at forholde sig kritisk til de muligheder og begrænsninger, som digitale værktøjer, og produkter frembragt ved hjælp heraf, giver.

It kan således med fordel anvendes som et redskab til elevernes begrebsindlæring. Som eksempler på anvendelsen af it, kan nævnes:

- Modellering,
- visualiseringer, hvor illustration af matematiske forhold fx animationer, der viser overgang fra differenskquotient til differentialkvotient
- grafisk repræsentation af sammenhænge, fx hvor betydningen af konstanterne  $a$ ,  $b$ , og  $c$  for forløbet af grafen for en 2. gradsfunktion kan indgå,
- regression,
- gentagne udregninger,
- symbolske beregninger,
- numeriske beregninger og ligningsløsning der ikke nemt udføres i hånden,
- dokumentation og formidling af resultater.

Der findes mange matematikprogrammer af forskellige typer og med forskellige formål, og der skal ikke her træffes beslutning om hvilke(t) program(mer), der er bedst. En række af programmerne fungerer både som tegneprogrammer og regneprogrammer, og kan derfor være et redskab fx både til visualiseringer, tegning af grafer, numeriske beregninger, analytiske beregninger, symbolmanipulation m.m. Eleverne har krav på at få en indføring i et passende udvalg af disse programmer som led i deres kompetencitegnelse, og det er vigtig, at man med jævne mellemrum arbejder med brugen af disse, så eleverne får indarbejdet gode rutiner og det nødvendige kendskab til hvad programmerne kan, og hvilken



terminologi/syntaks de benytter. Desuden skal det klargøres for eleverne hvilke forventninger, der er til blandt andet layout, forklarende tekst og dokumentation, når programmets faciliteter benyttes ved løsning af opgaver og/eller projekter for, at elevens tankegang og kompetencer er demonstreret i tilstrækkelig grad. Eksempelvis skal et eventuelt screendump af en CAS-genereret løsning medfølges af en forklarende tekst, så elevens metode og tankegang er tydelig, og så resultater og konklusioner er tydelige. Ovenstående udfoldes yderligere i afsnittet om dokumentation.

I forbindelse med brugen af CAS vil man undertiden opleve, at ikke alle opgaver kan løses symbolsk, men at man må "nøjes" med en numerisk løsning. Denne problemstilling er værd at tage op i undervisningen:

- Hvordan skelner man mellem de to løsningstyper?
- Hvordan fungerer CAS-værktøjet?
- Hvilken løsningstype er at foretrække i en given situation?
- Hvordan dokumenterer man en numerisk bestemt løsning? (indsættelse, grafisk eftervisning etc.)

Ved løsning af opgaver optræder der sommetider "falske løsninger". Her er det relevant at undersøge

- Hvordan afgøres hvilken løsning, der er korrekt?
- Hvilken dokumentation kræves? (figur, indsættelse af værdier).

Dette er væsentlige spørgsmål, som også er en del af elevens hjælpemiddelkompetence.

Der er i dag mange internetsider med matematikindhold, og dette giver mulighed for at hente inspiration til undervisningsmateriale. På EMU'en findes en mængde materialer (især for stx), og disse vil i mange tilfælde også kunne bruges for htx. Der findes blandt andet sider, hvor eleven på egen hånd kan arbejde med matematiske emner og øve specifikke færdigheder. Der er også en del videomateriale hvor lærere og/eller elever gennemgår beviser og andet matematikfagligt, som kan hjælpe elevernes forståelse.

### **Dokumentation**

Der kan ikke gives en nøjagtig beskrivelse af, hvad en tilstrækkelig dokumentation er. Her må man vurdere, om eleven har redegjort for den matematik, der er anvendt, og i hvor høj grad eleven viser matematisk forståelse. Her vil kravene til dokumentation også afhænge af, hvor fokus er i opgaven. Hvis opgaven er stillet i relation til et netop gennemgået emne, fx teorien om den rette linjes ligning, og eleverne ud fra 2 punkter eller et punkt og en hældning skal finde forskriften, vil man nok ikke nøjes med en ligning, der er fundet ved regression af de to punkter. Dette kan være en udmærket løsningsmetode, hvis fokus ligger på fx at modellere en konkret problemstilling i fysik.

Der skal arbejdes med tegning af figurer og skitser – både i hånden og med computer. Især indenfor trigonometri og geometri er figurer uundværlige, og der skal lægges vægt på at eleverne laver hjælpetegninger, og at tegningernes benævnelser korresponderer med teksten ved siden af (samt en eventuel opgavetekst).

I forbindelse med eksamensprojektet vil der være opgaver, hvor eksaminanden har metodefrihed. Her er det tilladt at anvende it-værktøjers kommandoer til fx at bestemme ekstremumpunkter, arealer under en graf mm. Men eleverne skal være opmærksomme på, at når en række af beregninger erstattes med en enkelt indtastning, kræver det ofte ledsagende kommentarer for at dokumentere, at man besidder fx tankegangs- og ræsonnementskompetencen. Disse kan være i form af matematiske argumenter, konkrete vurderinger eller verificering af resultaterne ved indsættelse eller tegning af en figur.

Ved skriftlige besvarelser i opgaver med metodefrihed skal de løsninger, der bestemmes ved hjælp af CAS-værktøjer opfattes som ligeværdige med de løsninger, der fremkommer uden, når løsningen er dokumenteret og om nødvendigt vurderet. Eleven skal være opmærksom på, at når mellemregninger udelades, og det vil ofte ske, når CAS-værktøjer er i brug, skal disse erstattes af en forklarende tekst.

Det skal altid fremgå af besvarelsen hvilken matematik, der har været i brug, for at nå frem til den angivne løsning. Her kan være tale om benyttede regneregler eller sætninger. De ligninger, der løses, skal altid opskrives.

Desværre er det ikke alle programmer, der er lige velegnet til at dokumentere løsningerne i. Her har læreren en forpligtelse til at gøre eleverne opmærksomme på, at det program, der benyttes til at finde den matematiske løsning på et problem måske ikke kan stå alene, og man derfor må over i fx et tekstbehandlingsprogram for at dokumentere løsningen ved brug af korrekt matematisk notation. Her skal det bemærkes, at det i beregningsdelen er helt i orden at bruge programmets syntaks, men at det tydeligt skal fremgå i tekst og ved opskrivning af ligninger, hvilken matematik, der er i spil, og hvordan problemet løses (fx: "vha. lineær regression bestemmes den bedste rette linje gennem punkterne...", "nu løses ligningssystemet...", "funktionsudtrykket differentieres og man finder nulpunkt for den afledede funktion..." osv.). I resultater, der er tal kan både "," og "." benyttes som decimalseparator. Ovenstående er en del af kommunikationskompetencen samt symbol- og formalismekompetencen.

### 3.4 Samspil med andre fag

Matematik er omfattet af det generelle krav om samspil mellem fagene.

*"Dele af kernestof og supplerende stof skal vælges og behandles, så det kan bidrage til det faglige samspil mellem fagene og i studieretningen. I tilrettelæggelse af undervisningen inddrages elevernes viden og kompetencer fra andre fag, som eleverne hver især har, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets almindelige sider.*

*Der skal lægges vægt på samarbejdet med de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag samt naturvidenskabeligt grundforløb.*

*Undervisningen tilrettelægges, så sammenhængen mellem matematik og fysik fremstår tydeligt, og så elevens begrebsdannelse i begge fag understøttes. "*

Matematik indgår som et redskab til bl.a. modellering, beregninger og databehandling i mange praktiske og videnskabelige sammenhænge, og faget samarbejder derfor naturligt med de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag samt naturvidenskabeligt grundforløb.

Matematik deltager ikke som fag i naturvidenskabeligt grundforløb, men da naturvidenskabeligt grundforløb har opstilling, anvendelse og fortolkning af lineære sammenhænge som fagligt mål, er der også et krav om koordinering af samarbejde med matematik. Matematik kan her, udover at bidrage med det abstrakte begrebsapparat, drage fordel af at eleverne i naturvidenskabeligt grundforløb møder en række eksempler på modeller og særligt lineære sammenhænge.

Det er også vigtigt at være opmærksom på, at matematiske sammenhænge indgår som forklaringsmodeller på mange måder og i flere fag. Derved sættes elevernes matematiske begrebsapparat løbende i spil i mange andre situationer end de snævert matematikfaglige. De har to vigtige konsekvenser. For det første kan faglige vanskeligheder i matematik begrænse elevernes faglige udvikling i andre fag. For det andet tilbyder bl.a. de naturligvidenskabelige fag righoldige muligheder for fagligt samspil og relevante eksempler på matematikkens anvendelse. Det er derfor vigtigt at såvel matematiklæreren som lærerne i de naturvidenskabelige, tekniske og teknologiske fag, løbende er opmærksomme på hvorledes matematik indgår i de forskellige fag.

Matematik er derudover omfattet om et særligt krav om at undervisningen tilrettelægges, så sammenhængen mellem matematik og fysik fremstår tydeligt og så begrebsdannelsen i begge fag understøttes. Det betyder selvfølgelig ikke at fysikfaget skal gøres til matematik eller omvendt. Men fysikfaget har den særkende, at de fysiske love er formuleret som matematiske sammenhænge, og oftest som lineære sammenhænge. Samspillet med fysik tilbyder derfor mange eksempler på konkrete manifestationer af de abstrakte matematiske begreber. Det er derfor vigtigt, at planlægningen af undervisningen i de to fag løbende koordineres, både i grundforløbet og studieretningsforløbet.

Samspelet ikke bare med fysik, men også med de øvrige naturvidenskabelig samt de tekniske og teknologiske fag kan tage mange former. Der kan være tale om egentlige flerfaglige forløb, men der kan også være tale om en fælles bevidsthed og viden om begreber, sprogbrug og metoder, og hvad der arbejdes med i fagene på et givet tidspunkt.

# 4 Evaluering

---

## 4.1 Løbende evaluering

I dette afsnit uddybes læreplanens bestemmelser om både den løbende formative evaluering og om den afsluttende summative evaluering (eksamen).

### Grundforløbet

Op imod slutningen af grundforløbet skal eleven igennem en individuel screening. Denne er skriftlig og tager 2 timer. Det er vigtigt at fastslå er screeningsens mål ikke er at fastslå et standpunkt – og derfor heller ikke i en given karakter – men at målet er at vejlede eleven i sit studieretningsvalg, herunder også valg af matematik-niveau. Eleven kan vælge frit, uanset udfaldet af screeningen.

Skolen/læreren sammensætter selv en screening. Ministeriet har tidligere udsendt eksempler, som man kan blive inspireret af eller plukke fra. Desuden er det skolen/lærerne, der vurderer, hvilke hjælpemidler der skal være lovlige at anvende i screeningen. Det er således tilladt både at lave en screening, hvor CAS værktøjer er tilladte men også tilladt at lave screeningen som en "blyant og papir"-screening. Her anbefales det, at eleverne som minimum har en lommeregner og evt. en formelsamling til rådighed. Det anbefales ikke, at lave en todelt screening, hvor der i den ene del er mulighed for at arbejde på en computer og i den anden er der ikke. Dette skyldes, at når der skiftes fra uden hjælpemidler til hjælpemidler, kan dette godt skabe forvirring. Det er vigtigt, at formen på screeningen afspejler undervisningen i grundforløbet inden screeningen, sådan eleverne er vant til at arbejde på samme måde i undervisningen som den form, der anvendes i screeningen. Dvs. ønsker man en "blyant og papir"-screening, skal det også være den fortrinsvise arbejdsform i grundforløbet inden screeningen.

Det er vigtigt at screeningen ikke opfattes som en test, men at man ser fremad og vurderer elevens faglige udvikling og metodik (og ser bort fra hvad eleven vidste før starten på htx).

Screeningen har som mål at man kan udtale sig om elevens mulighed for at gennemføre de to niveauer, og da det er efter en kort tids undervisning, så er det vigtigt at have elevens arbejdsform og –indsats in mente.

### Den øvrige undervisning

Den løbende evaluering af elevens matematikfaglige udbytte har til formål dels at give eleven respons på vedkommendes arbejde, så dette kan forbedres, og dels at hjælpe underviseren med at finde elevens niveau ved karaktergivning - både terminskarakterer og afsluttende standpunktskarakterer. Det skal være tydeligt for eleven i den løbende evaluering, hvorledes denne klarer sig i forhold til mindstekravene, og at der gives klare retningslinjer for, hvorledes eleven kan arbejde med at opnå kravene. Beskrivelsen af karaktererne 12, 7 og 02 i både mundtlig og skriftlig findes under 4.3 Bedømmelseskriterier.

Den løbende evaluering af selve undervisningen har til formål dels at give eleven mulighed for at ytre sin mening om den afviklede undervisning og dermed få indflydelse på den fremadrettede undervisning, og dels at give underviseren en indsigt i elevernes oplevelse af undervisningen, så dette kan danne grundlag for den videre planlægning af undervisningen.

En konkret og forståelig formativ evaluering på elevernes skriftlige og mundtlige arbejde er en forudsætning for, at eleverne udvikler sig og erhverver sig de kompetencer, der er fagets mål. Man kan give skriftlige og mundtlige tilbagemeldinger og der kan arbejdes med principper som feedup, feedback og

feedforward i forbindelse med evalueringen. Væsentligt er det, at den er fokuseret, så eleven ikke skal forholde sig til mange forskelligartede kommentarer på en gang. Forskning viser, at med alt for mange kommentarer kan det være svært at vide, hvor man som elev skal sætte ind med en særlig indsats. Man kan undertiden fortælle eleverne på forhånd, hvad fokus for evalueringen er; dokumentation, korrekt svar, korrekt notation, brug af figurer etc. Især ved matematikprojekterne giver det god mening for både elever og lærer, hvis man fokuserer på et enkelt eller to områder, når man evaluerer.

*"I det samlede forløb til B-niveau gennemføres mindst én intern prøve."*

Denne prøve behøver ikke være placeret i en af prøveterminerne, men må gerne gennemføres uden for prøveterminerne. Dvs. at den kunne placeres i slutningen af undervisningen i 1. g, i starten af 2. g, eller hvornår det kunne passe ind i skolens årshjul.

## 4.2 Prøveform

### Eksamensprojektet

Eleverne skal tildeles 12 klokketimers vejledning i forbindelse med udarbejdelse af eksamensprojekt-rapporten. Rapportskrivningen foregår som en del af undervisningen og udarbejdelsen af denne er der- ved ikke en del af selve prøven.

En del af opgaverne i eksamensprojektet kan eleven kun løse ved brug af CAS-værktøj.

Eleven har adgang til alle hjælpemidler og it-værktøjer. Det er desuden muligt at samtale med andre elever om besvarelse af opgaverne, ligesom lærer skal vejlede i denne periode. Det er ikke tilladt at be- nytte sig af AI-værktøjer til udarbejdelse af denne opgave.

Det er dog ikke alle opgaver i eksamensprojektet, hvor eleverne forventes at benytte IT-værktøjer. Der vil i en kommende revidering af vejledningen og senest i forbindelse med udgivelsen af vejledende op- gaver og eksamenssæt på A-niveau, blive udarbejdet en oversigt over, hvilke krav der er i forbindelse med ordlyden af det enkelte spørgsmål. Allerede nu kan det dog nævnes, at "beregnet" kommer til at be- tyde at opgaven skal løses uden brug af CAS-kommandoer, og at "bestemt" giver eksaminanden frihed til selv at vælge løsningsmetode.

På første side i eksamensprojektet står, hvilke krav der er til besvarelsen herunder ovennævnte oversigt. Det er en god ide, at denne nøje gennemgås med eleverne.

### Vejledning

I den periode, hvor eleverne arbejder med eksamensprojektet på B-niveau, fungerer læreren som vejle- der. Det betyder at man ikke må undervise i denne periode, heller ikke selvom det er fristende at tage en problemstilling, som mange elever har svært ved, op på tavlen og gennemgå i fællesskab.

Eleverne skal aflevere en selvstændig og individuel besvarelse. Det betyder ikke, at de ikke må arbejde sammen, men derimod at de selv skal kunne beskrive og forklare, hvad de laver. En gruppe af elever må altså ikke aflevere en fælles løsning, heller ikke selv om de ændrer et par sætninger her og der. Det er en hårfin balance, og som lærer må man tilskynde, at eleverne arbejder selvstændigt, men meget gerne hjælper hinanden.

Vejledningen slutter ved afslutningen af eksamensprojektperioden. I tiden mellem afleveringen og en mundtlig prøve, læser og vurderer man elevernes besvarelser, hvis eleverne skal op. Her er det vigtigt, at man ikke giver feedback til eleverne. Den eksamensprojektrapport, der afprøves ved den mundtlige prøve, må ikke være kommenteret eller bedømt.

### Den mundtlige prøve

Alle elever, der afslutter matematik på B-niveau, dvs. elever, som ikke fortsætter på valghold i matema- tik A, skal lave eksamensprojektet, og arbejdet med dette indgår i den afsluttende standpunktskarakter.

Den afsluttende prøve i matematik B er en kombineret projektprøve og mundtlig prøve. Ved den mundtlige prøve trækker eksaminanden ved lodtrækning en kendt opgave, der knytter sig til et af projekterne fra undervisningen og den teori, det omhandler. Den kendte opgave udformes af to delspørgsmål; et der omhandler projektet, og et der peger ned i noget bestemt teori. Et eksempel på dette kan ses neden for. Derudover trækker eksaminanden ved lodtrækning en ukendt stille opgave, der afprøver fagets mindstekrav. Denne ukendte stillede opgave er 3 små opgaver i flere emner, der ikke er sammenfaldende med projektets emne. Mindstekravsopgaverne skal fortrinsvis dække basale færdigheder med og uden IT-værktøjer med hovedvægt på færdigheder uden IT-værktøjer. Mindstekravsopgaverne må gå igen en gang men ikke i samme kombination.

En skabelon på en mundtlig opgave kan være:

1. Tag udgangspunkt i dit projekt XX, hvor du her kommer ind på, hvorledes sinus-relationerne anvendes og bevises.
2. Besvar nedenstående 3 mindstekravsopgaver (her skal så være 3 opgaver, der ikke omhandler sinus-relationerne)

På Emu'en findes materiale brugt på FIP-kurser om begrebet mindstekrav i forbindelse med den mundtlige del af projekteksamen, som kan være godt at orientere sig i. Link til materialet findes [her](#).

Den mundtlige prøve falder i tre dele:

"Eksaminationen starter ud med ca. 5 minutter, hvor eksaminanden præsenterer sin besvarelse af mindstekravsopgaverne.

Herefter følger en ca. 7 minutters afprøvning af eksaminandens ejerskab af eksamensprojektrapporten.

Afslutningsvis præsenterer eksaminanden sin besvarelse af den kendte tildelte opgave, hvorefter der foregår en uddybende faglig samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i den tildelte opgave."

Først præsenterer eksaminanden besvarelsen af mindstekravsopgaverne. Dette behøver ikke foregå ved en tavle, men kan foregå ved bordet, hvor eksaminanden ud fra sine noter fra forberedelsen gennemgår de enkelte opgaver. Ikke alle eksaminander kan/skal bruge alle 5 minutter på dette og enkelte vil skulle bruge længere tid. Hvis en elev ikke har lavet nogle af opgaverne må der kun kort spørges ind, men eleven får ikke mulighed for at regne dem under prøven under vejledning af eksaminator og censor.

Herefter følger en afprøvning af eksaminandens ejerskab af eksamensprojektrapporten. Her har lærer og censor forud for prøven diskuteret, hvilke dele af eksaminandens rapport der skal stilles spørgsmål til. Typisk ville man kunne nå det i løbet af den første time fra første eksaminand har trukket opgaven til at denne skal eksamineres. Det er vigtigt, at der her bliver spurgt ind til steder, hvor man forventer eleven vil være stærk og hvor man vil undersøge om eleven har forstået det vedkommende skriver i rapporten. Det skal ikke være en del, hvor man udelukkende leder efter elevens fejl i projektet. Der må ikke spørges dybdegående ind til dele eleven ikke har besvaret og eleven kan ikke komme med tilføjelser til rapporten til prøven. Eleven må gerne komme med rettelser, hvis der bliver spurgt ind til det specifikke under afprøvningen. Der er ikke nødvendigt at bruge 7 minutter på denne del for alle eksaminander og enkelte ville man skulle bruge længere tid til denne del på.

Den resterende tid af prøven foregår ved at eksaminanden først holder et oplæg, hvor denne besvarer den tildelte opgave. Eksaminator og censor kan under oplægget stille opfølgende spørgsmål. Dette efterfølges af en uddybende samtale mellem eksaminanden og eksaminator med udgangspunkt i den opgave og det emne eksaminanden er blevet tildelt.

Under forberedelsen må eksaminanden benytte alle hjælpemidler. I forbindelse med den stadig mere udbredte brug af computeren til at tage noter på, vælger nogle elever at lave noterne i forberedelsen på computeren ofte som klippe-klistre fra undervisningsnoterne. Det er vigtigt, at eksaminanden er klar

over, hvad formålet med forberedelsestiden er, og hvordan tiden udnyttes bedst muligt. Det vil næppe forbedre elevens præstation, at vedkommende ved prøven medbringer lange detaljerede noter, der er hentet direkte ind fra tidligere notater.

Eksaminanden har mulighed for at medbringe såvel noter, bøger computer/lommeregner etc. under eksaminationen, men igen er det vigtigt, at man i forvejen har drøftet eksaminationens forløb med eleverne. En forud forberedt PowerPoint-præsentation, der læses op, fortæller ikke meget om eksaminandens matematikundskaber. Derimod har eksaminanden naturligvis lov til at støtte sig til sin disposition/noter i mindre omfang. Det forlanges ikke, at eksaminanden kan huske hele sin præsentation udenad. Hvis eksaminanden finder det relevant at anvende fx en computer til visualisering af en given problemstilling eller komplicerede udtryk i forbindelse med et bevis er dette også muligt. Her skal eksaminanden frarådes at skrive tekst i forbindelse med dette.

Regler vedrørende eksaminandernes brug af internettet for at tilgå tilladte hjælpemidler ved prøverne fremgår af § 6 i "[Bekendtgørelse om visse regler om prøver og eksamen i de gymnasiale uddannelser](#)".

I [vejledningen](#) til denne bekendtgørelse er der givet eksempler på, hvilke hjælpemidler der må, og hvilke der ikke må tilgås via internettet.

Censor og eksaminator skal være opmærksomme på formålet med den mundtlige prøve, nemlig at eksaminanden skal vise, i hvor høj grad vedkommende har tilegnet sig de matematiske kernekompetencer jf. afsnittet om bedømmelseskriterierne.

Det samlede grundlag skal fremgå af undervisningsbeskrivelsen. Undervisningsbeskrivelsen skal sikre et entydigt eksaminationsgrundlag.

"Der stilles i alt 12 til 14 forskellige kendte opgaver, der skal gå igen et antal gange, således at det samlede antal som minimum svarende til antallet af eksaminander plus tre."

Det betyder at ligegyldigt holdets størrelse skal der ca. stilles det samme antal opgaver. Holdets størrelse kan på den måde få betydning for hvor mange gange opgaverne går igen. Alle opgaver skal gå igen lige mange gange og alle opgaver skal lægges frem ved prøvens start.

Opgaverne skal til sammen i alt væsentlighed dække kernestoffet og det supplerende stof. Emnerne skal vægtes i opgaverne ud fra den vægtning der har været i undervisningen på de pågældende emner. De tilhørende mindstekravsopgaver knyttes til den specifikke opgave, hvorfor der sørges for at emnerne i mindstekravsopgaverne er forskellige fra det tildelte emne.

Oplæg til projekterne, elevernes besvarelser af det centralt stillede projekt, de kendte opgaver med tilhørende mindstekravsopgaver sendes til censor mindst 5 hverdage før prøvens afholdelse, medmindre særlige forhold er til hinder herfor. Det kan betyde, at udsendelsen må foretages, før eksamensplanen er offentliggjort. Udsendelsen af opgaver og materialer må da kun ske i et omfang, der ikke medfører, at andre dele af eksamensplanen kan udledes.

Inden den mundtlige prøve i matematik er det ikke censors rolle at godkende opgaver og mindstekrav. Censor skal påse og, hvis der er grund til det, påpege, hvis censor mener, at opgaver og mindstekrav ikke opfylder kravene, og bede eksaminator om at justere. Dette handler ikke om formen på opgaverne, da denne i forvejen er kendt af eleverne, men kun, hvis der er mangle i forhold til emner, der ikke er dækket af spørgsmålene, uden begrundelse herom fra eksaminators side eller at spørgsmålene ikke er svarende til B-niveau.

## 4.3 Bedømmelseskriterier

Det er vigtigt at understrege, at bedømmelsen – uanset prøveform – altid skal gennemføres som en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation. Det er også vigtigt at understrege, at eksaminandens besvarelse af projektet ikke indgår i bedømmelsen af den mundtlige præstation.

### Oversigt over karakterskalaen

Nedenfor er angivet retningslinjer for opnåelse af karaktererne 12, 7 og 02 i matematik B.

<b>Karakter</b>	<b>Betegnelse</b>	<b>Beskrivelse</b>
12	Fremragende	Karakteren 12 gives for den fremragende præstation, der demonstrerer udtømmende opfyldelse af fagets mål, med ingen eller få uvæsentlige mangler.
7	God	Karakteren 7 gives for den gode præstation, der demonstrerer opfyldelse af fagets mål, med en del mangler.
02	Tilstrækkelig	Karakteren 02 gives for den tilstrækkelige præstation, der demonstrerer den minimalt acceptable grad af opfyldelse af fagets mål.



## Den skriftlige eksamensprojektbesvarelse

Karakter	Beskrivelse
12	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet korrekt og hensigtsmæssigt. Ud fra enkle matematiske ræsonnementer argumenteres sagligt for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er veldokumenteret med en sikker brug af figurer og symbolsprog. Eksaminanden er i stand til at opstille og behandle simple matematiske modeller og vurdere såvel model som løsning. Der demonstreres fagligt overblik og eleven er i stand til at inddrage en meget stor del af stoffet i besvarelsen. Kommunikationsværdien er meget høj, idet der på en naturlig måde skiftes mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte mellem forskellige repræsentationsformer. I besvarelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet godt og hensigtsmæssigt. Ud fra simple matematiske ræsonnementer argumenteres der i et vist omfang for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er dokumenteret med en god brug af figurer og symbolsprog, og der inddrages en god del af stoffet i besvarelsen. Eksaminanden er delvist i stand til at opstille og behandle meget simple matematiske modeller og vurdere løsningerne. Kommunikationsværdien er god, idet eksaminanden kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog.
02	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet på et meget elementært niveau. Matematiske ræsonnementer anvendes usikkert og usammenhængende. Dokumentationen er mangelfuld med ringe brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres et beskedent fagligt overblik og kun elementære dele af stoffet inddrages. Eksaminanden er i ringe grad i stand til at opstille og behandle meget simple matematiske modeller, men kan løse elementære opgavetyper. Anvendelsen af fagets terminologi er usikker. Kommunikationsværdien er beskedent, idet eksaminanden kun i mindre udstrækning kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog.

## Den mundtlige prøve

Karakter	Beskrivelse
12	Fremlæggelsen er velstruktureret og eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte sikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer stor fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder enkel matematisk bevisførelse. Eksaminanden udviser et stort overblik på alle felter samt evne til at generalisere og anvende stoffet i andre sammenhænge. Ved fremlæggelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	Fremstillingen er godt struktureret, og fagets terminologi benyttes. Der veksles på tilfredsstillende måde mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer en vis fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement, dog med udeladelse af visse argumenter. Eksaminanden har et godt overblik og kendskab til væsentlige områder af stoffet og kan i nogen grad generalisere. En del af fremlæggelsen er eksempler på konkrete anvendelser. Ved fremlæggelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	Fremstillingen er ustruktureret. Eksaminanden behersker kun mangelfuldt fagets terminologi og skifter usikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog, samt mellem forskellige repræsentationsformer. Eksaminanden demonstrerer en ringe fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement. Fremlæggelsen er usikker og består primært af eksempler på konkrete anvendelser. Eksaminanden har et beskedent overblik men behersker simpel symbolmanipulation. Honorering af fagets mindstekrav giver karakteren mindst 02.

Vurderingen af elevens præstation er en helhedsvurdering imellem de tre dele af eksamen og altså ikke blot en gennemsnitsbetragtning. Man kan for de fleste elever forvente, at alle tre dele af præstationen afspejler omtrent samme niveau, både eksamensprojektrapporten, besvarelse af den tildelte opgave og mindstekravsopgaverne. Man skal dog indtænke, at de tre dele tester forskellige taksonomiske niveauer, hvorved man ikke kan tænke de tre dele summativt. Dvs. når eksaminanden viser færdigheder på højere taksonomisk niveau, vægter det mere end det eksaminanden viser af færdigheder på lavere taksonomisk niveau.

Hvis en enkelt del af eksamen er nedprioriteret (fx mindstekrav eller eksamensprojekt), så trækker det ned i vurderingen. Men hvis projektdelen og den mundtlige præstation uden tvivl samlet set er bestået, så kan en mangel i mindstekravsopgaverne ikke gøre, at eleven dumper. Det er vigtigt at gøre klart for eleven inden eksamen, at alle tre dele af eksaminationen tæller med og derfor skal besvares efter bedste evne.

De eksaminander som har svært ved at honorere fagets krav i eksaminationens sidste to dele til et bestået niveau vil sjældent kunne magte at besvare alle mindstekravsopgaver perfekt. Hvis de kan hovedparten korrekt, så vil det være bestået. De afklarende spørgsmål skal give eleven mulighed for at tænke over og uddybe eventuelle skrive- og regnefejl.



**BØRNE- OG  
UNDERVISNINGSMINISTERIET**  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET