VEJLEDENDE ENKELTOPGAVER

Hf matematik C-niveau

August 2024

Forord til vejledende enkeltopgaver, hfC, august 2024

Grundlaget for de skriftlige prøver i matematik C er beskrevet gennem henholdsvis læreplan, undervisningsvejledning, de vejledende og de stillede opgavesæt ved de skriftlige prøver.

Denne samling af vejledende enkeltopgaver kan ikke træde i stedet for læreplan og undervisningsvejledning, men skal alene ses som et supplerende materiale til støtte for undervisningen frem mod de skriftlige prøver. Opgaverne i denne samling viser, hvordan både nye og gamle emner kan komme til udtryk i henhold til 2024-læreplanen.

Opgavesamlingen udgør *ikke en udtømmende* beskrivelse af de opgavetyper, der kan og vil blive stillet ved de kommende skriftlige prøver, men repræsenterer en række forskelligartede måder, hvorpå et emne kan optræde i opgaver ved den skriftlige prøve. Antallet af opgaver inden for et bestemt emne er *ikke udtryk for en vægtning af det pågældende emne*. Opgavesamlingen er heller *ikke et udtryk for forholdet mellem lette og svære opgaver* i et prøvesæt.

Opgavesamlingen er udarbejdet af opgavekommissionen for matematik hf med støtte fra Matematiklærerforeningen.

Indholdsfortegnelse

Indhold

1. Eksempler på Opgave 1 spørgsmål

1.D1.1

a) Løs ligningen $4x-7=13$ ved hjælp af ligningsregler.

1.D1.2

a) Løs ligningen $\frac{x}{3}=8$ ved hjælp af ligningsregler.

1.D1.3

Der er givet formlen

$$A=\frac{2\cdot b}{3}\ .$$

a) Bestem A, hvis $b=12$.

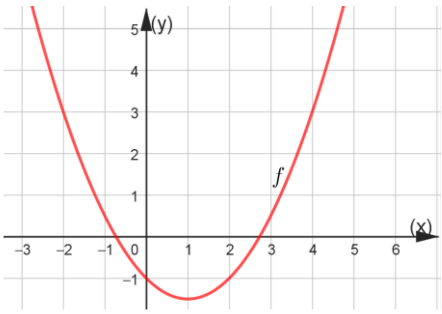
1.D1.4

a) Reducér $3\cdot(2x-7)$.

1.D1.5

a) Beregn $13^2-12\cdot 11$.

1.D1.6



Figuren viser grafen for en funktion *f*.

a) Bestem $f(4)$ ved aflæsning på figuren.

1.D1.7

En funktion er givet ved forskriften

$$f(x)=x^2+7\ .$$

a) Bestem $f(4)$.

1.D1.8

En funktion er givet ved forskriften

$$f(x)=10\cdot 3^x\ .$$

a) Bestem $f(2)$.

1.D1.9 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 5 \cdot x - 3 .$$

a) Udfyld den manglende plads i nedenstående tabel.

x	2
$f(x)$	

1.D1.10 Udviklingen i en befolkning kan beskrives ved modellen

$$f(x) = 6 \cdot 1{,}027^x \quad ,$$

hvor $f(x)$ er befolkningens størrelse, målt i mio., og x er antal år efter 2020.

a) Hvilken type model er der tale om? Begrund dit svar.

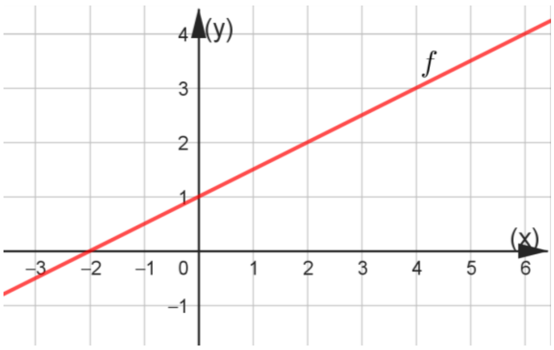
1.D1.11 Udviklingen i antallet af dyr i et lukket område beskrives ved en eksponentiel model

$$f(x) = 3500 \cdot 0{,}91^x \quad ,$$

hvor $f(x)$ er antallet af dyr, og x er antal år efter 2023.

a) Er udviklingen voksende eller aftagende? Begrund dit svar.

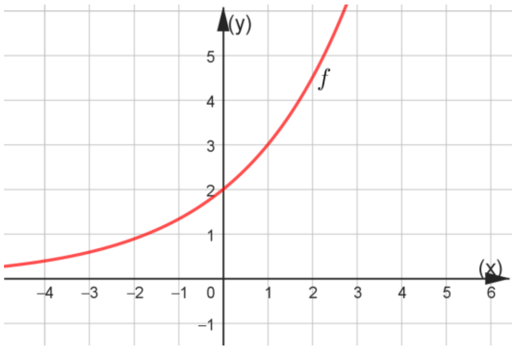
1.D1.12



Figuren viser grafen for en lineær funktion f.

a) Bestem grafens hældningskoefficient.

1.D1.13



Figuren viser grafen for en eksponentiel funktion *f*.

a) Bestem begyndelsesværdien *b* ved aflæsning på grafen.

1.D1.14

Antallet af dyr på en ø vokser med 14 % pr. år.

a) Bestem fremskrivningsfaktoren for denne udvikling.

1.D1.15

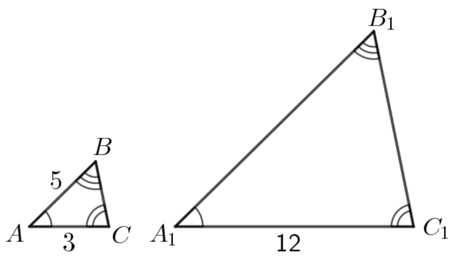
Beløbet på en bankkonto med en fast årlig procentvis rente kan beskrives ved formlen

$$K = 4500 \cdot 1{,}02^n \quad ,$$

hvor *K* er beløbets størrelse, målt i kr., og *n* er antal år efter 2024.

a) Bestem den årlige procentvise rente.

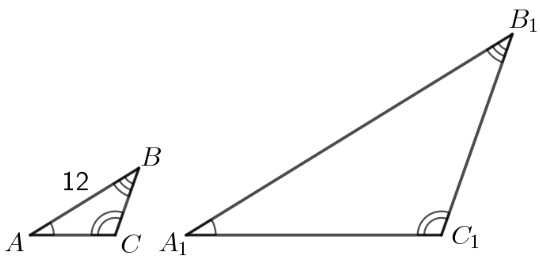
1.D1.16



Figuren viser to ensvinklede trekanter *ABC* og $A_1B_1C_1$.

a) Bestem skalafaktoren *k*.

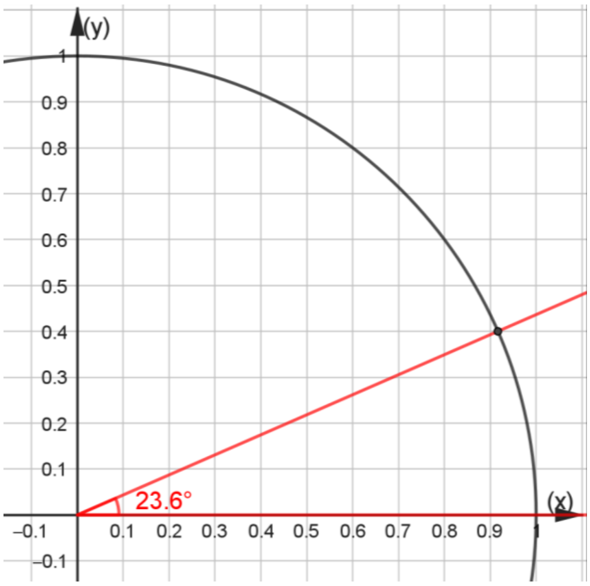
1.D1.17



Figuren viser to ensvinklede trekanter *ABC* og $A_1B_1C_1$.
Skalafaktoren er $k = 3$.

a) Bestem længden af siden A_1B_1.

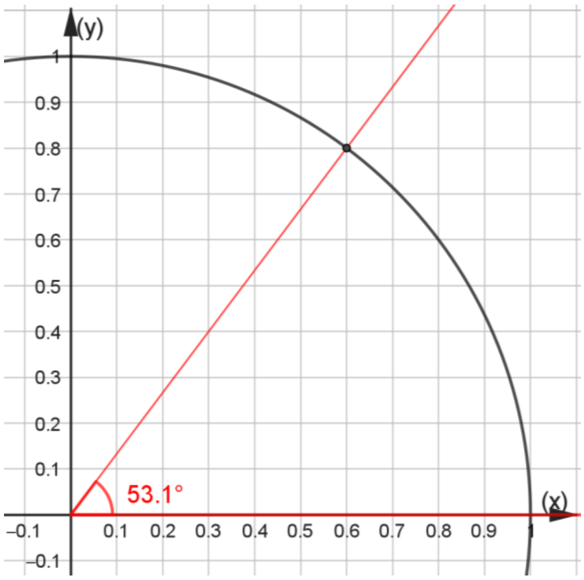
1.D1.18



Figuren viser enhedscirklen, hvor en vinkel på $23{,}6°$ er indtegnet.

a) Bestem $\sin(23{,}6°)$.

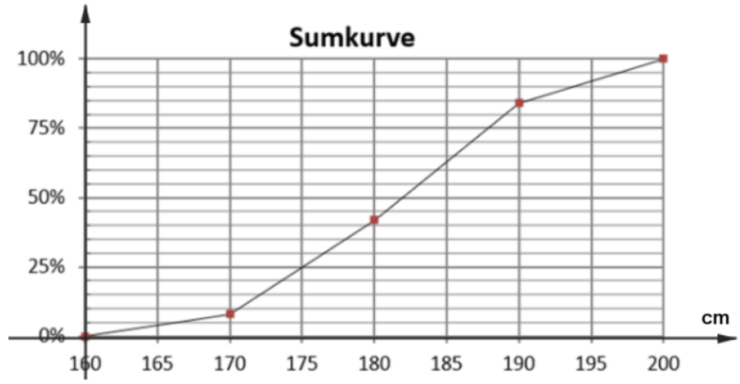
1.D1.19



Figuren viser enhedscirklen, hvor en vinkel på $53{,}1°$ er indtegnet.

a) Bestem $\cos(53{,}1°)$.

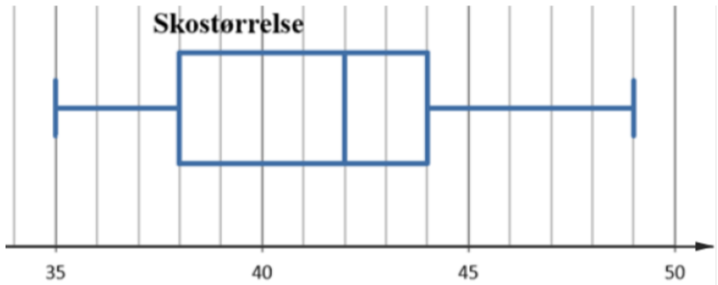
1.D1.20



Figuren viser en sumkurve for fordelingen af højden af alle medarbejdere (målt i cm) på en arbejdsplads.

a) Bestem nedre kvartil Q_1 .

1.D1.21



Figuren viser et boksplot for fordelingen af skostørrelser i en skoleklasse.

a) Bestem kvartilbredden *KB*.

1.D1.22

Mindsteværdi	Nedre kvartil	Median	Øvre kvartil	Størsteværdi
66	81	90	95	110

Tabellen viser det udvidede kvartilsæt for fordelingen af vægtene (målt i kg) af grisene på en gård.

a) Bestem kvartilbredden *KB*.

1.D1.23

Der er givet følgende ugrupperede observationssæt:

$$4,\ 5,\ 7,\ 11,\ 12,\ 18\,.$$

a) Bestem medianen m.

1.D1.24

Der er givet følgende ugrupperede observationssæt:

$$3,\ 5,\ 7,\ 8,\ 12\,.$$

a) Bestem middelværdien $\overline{x}$.

1.D1.25

a) Bestem $K(10,3)$.

1.D1.26

I et spil er de mulige udfald *A*, *B* og *C*. Tabellen viser sandsynlighederne for spillets udfald.

Udfald	*A*	*B*	*C*
Sandsynlighed	0,6	0,1	*p*

a) Bestem tallet *p*.

1.D1.27

I en klasse går der 8 drenge og 9 piger. Der skal vælges både 1 dreng og 1 pige.

a) Hvor mange måder kan det gøres på?

1.D1.28

I et spil er de mulige udfald *Rød*, *Grøn* og *Blå*. Tabellen viser sandsynlighederne.

Udfald	*Rød*	*Grøn*	*Blå*
Sandsynlighed	31 %	28 %	41 %

a) Bestem sandsynligheden for, at spillets udfald er enten *Rød* eller *Grøn*.

2. Tal, ligninger og formler

Delprøve 1

2.D1.1

a) Løs ligningen $5x-1=3x+17$ ved hjælp af ligningsregler.

2.D1.2

a) Løs ligningen $3\cdot(x+2)=4x-11$ ved hjælp af ligningsregler.

2.D1.3

Nedenstående omskrivninger viser en korrekt løsning af ligningen

$$8x-28=3x-13\,.$$

a) Forklar linje for linje, hvordan løsningen fremkommer.

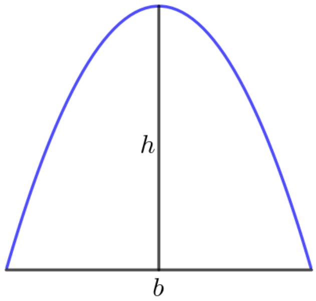
	Forklaring:
$8x-28=3x-13$	Ligningen opskrives
$5x-28=-13$	
$5x=15$	
$x=3$	

2.D1.4

Morfar har en køkkenhave på 150 kvadratmeter. Han kan luge 11 kvadratmeter i timen.

a) Opstil en formel til at beregne, hvor mange kvadratmeter morfar mangler at luge, når han har luget i x timer.

2.D1.5



En parabelformet port har et areal, der kan beregnes med formlen.

$$A = \frac{2}{3} \cdot b \cdot h \ ,$$

hvor A er arealet (m^2), b er bredden (m), og h er højden (m).

a) Bestem arealet af porten, hvis bredden er 6 m og højden er 4 m.

b) Bestem højden af porten, hvis bredden er 3 m og arealet er 10 m^2.

2.D1.6 Der er givet formlen

$$\frac{A \cdot B}{5} = S \ .$$

a) Bestem S, hvis $A = 10$ og $B = 3$.

b) Bestem A, hvis $B = 3$ og $S = 9$.

2.D1.7 Isabella laver et træningsprogram. Hun begynder med at kunne tage 10 armbøjninger, og hun øger med et fast antal armbøjninger per dag. Efter 7 dages træning kan hun tage 24 armbøjninger.

a) Hvor mange armbøjninger tager hun efter 9 dages træning?

Delprøve 2

2.D2.1 Solveig indsætter et beløb på en konto til en fast årlig rente på 1,75 %.
Efter 8 år står der 13786,58 kr. på kontoen.

a) Hvor stort et beløb indsatte Solveig på kontoen?

2.D2.2

Markedets bedste årlige rente **2,75 %** på højrentekonto

En bank tilbyder 2,75 % i årlig rente på en højrentekonto.
Anne indsætter 11000 kr. på en højrentekonto.

a) Bestem beløbet på kontoen efter 4 år.

b) Hvor mange år går der i alt, før beløbet på kontoen overstiger 14000 kr.?

2.D2.3 Der indsættes 15000 kr. på en konto med en fast årlig procentvis rente.
Efter 7 år med denne rente står der 17349 kr. på kontoen.

a) Bestem den årlige procentvise rente.

2.D2.4 Henning indsætter 30000 kr. på en konto til en fast årlig rente på 5 %.

a) Hvor stort et beløb står der på kontoen efter 12 år?

b) Hvor mange år går der i alt, inden beløbet på kontoen er blevet fordoblet?

2.D2.5 Jasmin og Christian har hver sin bankkonto.
Jasmin indsætter 10000 kr. på sin konto til en fast årlig rente på 4 %.
Christian indsætter samtidig 12000 kr. på sin konto til en fast årlig rente på 2 %.

a) Løs ligningen $10000 \cdot 1{,}04^x = 12000 \cdot 1{,}02^x$.

b) Forklar, hvad ligningen og dens løsning fortæller.

2.D2.6 En bank tilbyder en bankkonto med en fast månedlig rente på 0,5 %.

a) Hvilken årlig procentvis rente vil dette svare til?

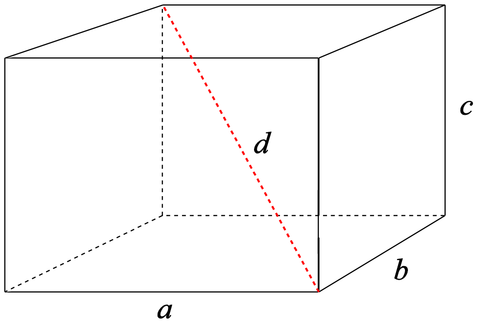
2.D2.7 Et beløb på 30000 kr. indsættes på en bankkonto med negativ rente.
Efter n år er er beløbet K på denne konto givet ved

$$K = 30000 \cdot 0{,}994^x \ .$$

a) Hvor mange år går der, før beløbet kommer under 29286 kr.?

b) Gør rede for, at renten på kontoen er $-0,6$ % pr. år.

2.D2.8



Figur 1

Figur 2

Længden d af diagonalen i en kasse som på figur 1 kan beregnes ved hjælp af formlen

$$a^2 + b^2 + c^2 = d^2 .$$

En container (se figur 2) er 5,90 meter lang, 2,35 meter bred og 2,60 meter høj.

a) Er der plads til en 7 meter lang, tynd stang i containeren?

2.D2.9

Fotoet viser et dæksel til en kloak.
Vægten m i kg af et dæksel kan beregnes med følgende formel

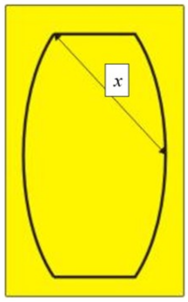
$$m = 24724 \cdot r^2 \cdot t \ ,$$

hvor r er dækslets radius i meter, og t er dækslets tykkelse i meter.
Arbejdsmiljøreglerne anbefaler, at et dæksel til en kloak ikke må veje mere end 50 kg.

a) Undersøg, om et dæksel med en radius på 0,4 m og en tykkelse på 0,01 m opfylder anbefalingerne.

2.D2.10

Figur 1



Figur 2

Figur 1 viser en vintønde med et spunshul (hullet midt på tønden).
Figur 2 viser et tværsnit af vintønden, hvor afstanden fra spunshullet til enden kaldes x.
Rumfanget af en vintønde kan med god tilnærmelse beskrives ved

$$V = 0{,}000625 \cdot x^3 \;,$$

hvor V er rumfanget af vintønden, målt i liter, når afstanden x måles i cm.

a) Bestem rumfanget af en tønde, når x er 30 cm.

b) Hvad er afstanden fra spunshullet til enden, hvis tønden rummer 100 liter?

Kilde: fr.wikipedia.org og eclecticsite.fr

3. Funktioner og vækstmodeller

Delprøve 1

3.D1.1 Grafen for en lineær funktion $f(x)=a\cdot x+b$ går gennem punkterne $(1,8)$ og $(4,2)$.

a) Benyt formler til at beregne tallene *a* og *b*.

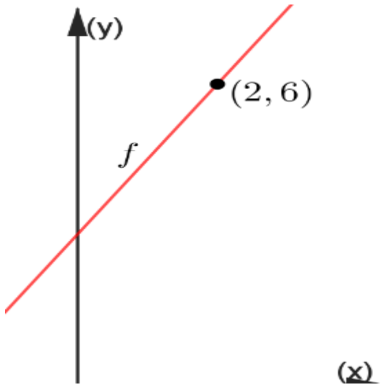
b) Bestem $f(-1)$.

3.D1.2 Grafen for en lineær funktion

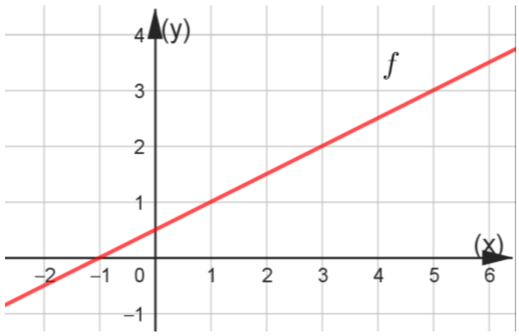
$$f(x)=a\cdot x+b$$

går gennem punkterne $(-2,0)$ og $(2,6)$.

a) Bestem tallene *a* og *b*.



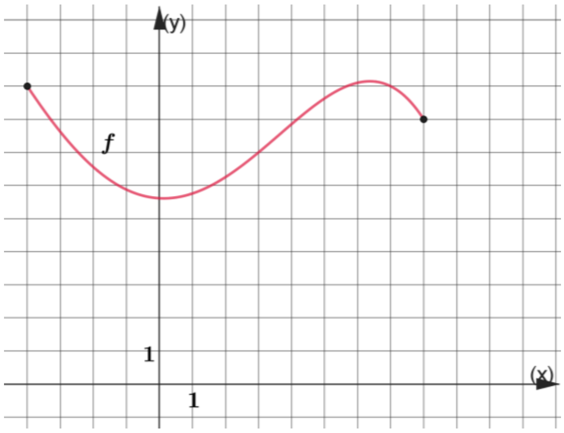
3.D1.3



Figuren viser grafen for en funktion *f*.

a) Løs ligningen $f(x)=2$ ved aflæsning på figuren.

3.D1.4



Figuren viser grafen for en funktion *f*.
En lineær funktion *g* har forskriften

$$g(x) = 2x + 1 .$$

a) Tegn grafen for *g* i samme koordinatsystem som grafen for *f*. Brug bilaget.

b) Løs ligningen $f(x) = g(x)$ ved aflæsning.

3.D1.5

En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x) = 0,5 \cdot x + 3 .$$

a) Udfyld en tabel som herunder. Begrund dit svar.

x	0	2	6
$f(x)$			

b) Tegn grafen for *f* i koordinatsystemet på bilaget, og illustrér betydningen af tallene *a* og *b* på din graf.

3.D1.6

Grafen for en lineær funktion $f(x) = a \cdot x + b$ har hældningskoefficienten $a = -2$.

a) Udfyld tabellen nedenfor. Begrund dit svar.

x	2	3	4
$f(x)$	9		

3.D1.7

Grafen for en lineær funktion *f* har hældningskoefficienten 5.
Grafen for *f* går gennem punktet $P(2, 3)$.

a) Bestem $f(4)$.

3.D1.8

Grafen for en lineær funktion $f(x) = a \cdot x + b$ går gennem punktet (1, 7).
Når der lægges 3 til x, så vokser $f(x)$ med 6.

a) Bestem tallene a og b.

3.D1.9

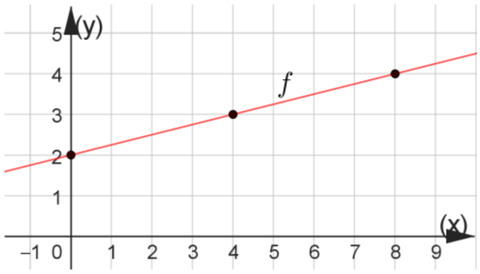
En sommerdag skinner solen på en sort overflade.
Udviklingen i overfladens temperatur beskrives ved en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b \ ,$$

hvor $f(x)$ er overfladens temperatur (målt i °C), og x er antal timer, solen har skinnet på overfladen.
Når solen har skinnet 4 timer på overfladen, så er overfladens temperatur vokset med 18 °C.

a) Bestem tallet a, og forklar, hvad dette tal fortæller om overfladens temperatur.

3.D1.10



Figuren viser grafen for en lineær funktion $f(x) = a \cdot x + b$ samt nogle punkter på grafen.

a) Bestem tallene a og b.

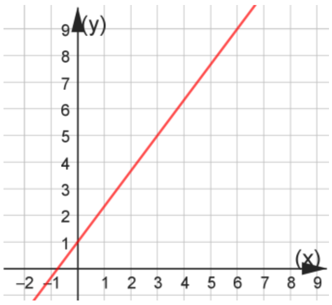
b) Bestem $f(16)$.

3.D1.11 En lineær funktion *f* er givet ved

$$f(x)=\frac{3}{4}\cdot x+1 \; .$$

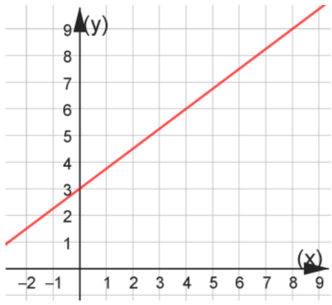
Netop én af de tre nedenstående figurer viser grafen for *f*.

a) Forklar, hvilken af de tre figurer, der viser grafen for *f*, og forklar, hvorfor det ikke kan være de to andre.



Figur 1

Figur 2



Figur 3

3.D1.12 En funktion *f* har forskriften $f(x)=-2\cdot x+3$.

a) Løs ligningen $f(x)=17$.

3.D1.13 En funktion er givet ved forskriften

$$f(x)=0{,}5\cdot x+12 .$$

a) Undersøg, om punktet *P*(30, 27) ligger på grafen for *f*.

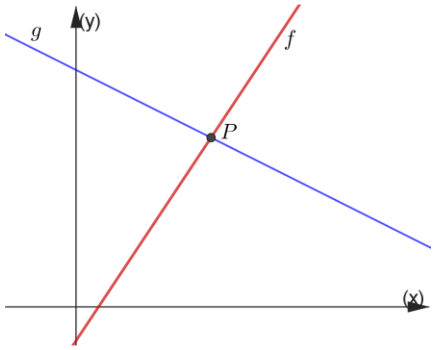
3.D1.14 En funktion er givet ved forskriften

$$f(x)=-0{,}5\cdot x+4 .$$

a) Tegn grafen for *f* i koordinatsystemet på bilaget.

b) Løs ligningen $f(x)=0$.

3.D1.15



Figuren viser skæringspunktet P mellem graferne for to lineære funktioner f og g.
Funktionerne er givet ved

$$f(x) = 1,5x - 1$$
$$g(x) = -0,5x + 7 \ .$$

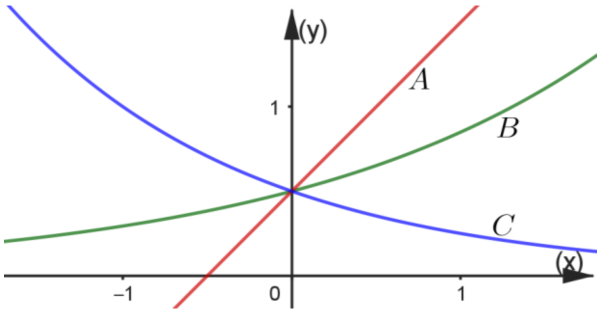
a) Bestem koordinaterne til skæringspunktet P.

3.D1.16

En lineær funktion f har forskriften $f(x) = 4 \cdot x - 3$.
Grafen for en anden lineær funktion $g(x) = a \cdot x + b$ er parallel med grafen for f.
Grafen for g går gennem punktet (2, 7).

a) Bestem tallene a og b.

3.D1.17



Figuren viser graferne for tre forskellige funktioner.
Én af de tre grafer er graf for funktionen

$$f(x) = 0,5 \cdot 1,7^x \ .$$

a) Forklar, hvilken af de tre grafer, der er graf for f, og forklar, hvorfor det ikke kan være de to andre.

3.D1.18 For en eksponentiel funktion $f(x) = b \cdot a^x$ er fremskrivningsfaktoren $a = 1{,}5$.

a) Udfyld en tabel som nedenstående. Begrund dit svar.

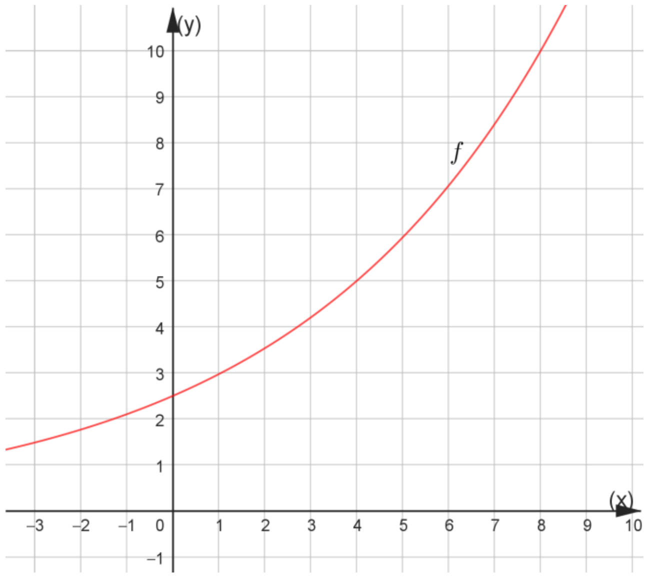
x	0	1	2
$f(x)$	4		

3.D1.19 En eksponentielt voksende funktion *f* har fordoblingskonstanten $T_2 = 5$.

a) Udfyld en tabel som nedenstående. Begrund dit svar.

x	1	6	11
$f(x)$	4		

3.D1.20



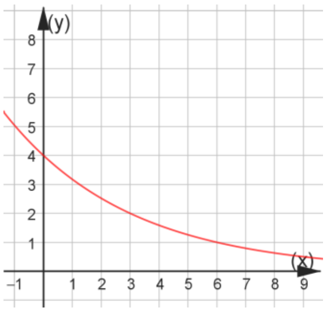
Figuren viser grafen for en eksponentielt voksende funktion *f*.

a) Bestem fordoblingskonstanten T_2 ved aflæsning på figuren.

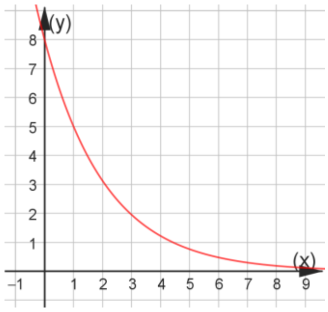
3.D1.21 Om en eksponentiel funktion *f* oplyses, at grafen går gennem punktet (0, 8), og halveringskonstanten er $T_{\frac{1}{2}} = 3$.

Netop én af de nedenstående figurer viser grafen for *f*.

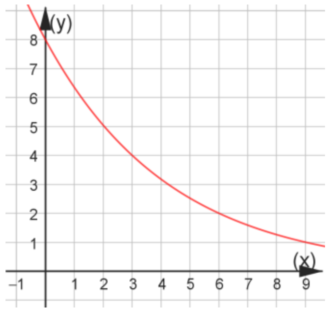
a) Forklar, hvilken af de tre figurer, der viser grafen for *f*, og forklar, hvorfor det ikke kan være de to andre.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

3.D1.22 Tre funktioner er givet ved

$$f(x) = 0{,}9 \cdot x - 2$$

$$g(x) = 0{,}9 \cdot 1{,}4^{x}$$

$$h(x) = 2 \cdot 0{,}9^{x} \; .$$

a) Argumentér for hver af de tre funktioner for, om funktionen er voksende eller aftagende.

3.D1.23 Den anbefalede træningspuls ved moderat træning afhænger af personens alder. I en model beskrives den anbefalede træningspuls ved funktionen

$$f(x) = -0{,}7 \cdot x + 172 \; ,$$

hvor $f(x)$ er træningspulsen (målt i slag/min) for en person, der er *x* år.

a) Benyt modellen til at bestemme træningspulsen for en person, der er 20 år.

b) Hvor meget falder træningspulsen ifølge modellen, når personens alder stiger med 10 år?

3.D1.24 Antallet af udstedte internationale betalingskort til privatbrugere i Danmark kan med god tilnærmelse beskrives ved modellen

$$f(x) = 0{,}13 \cdot x + 3{,}76 \; ,$$

hvor $f(x)$ er antallet af internationale betalingskort (målt i mio.) *x* år efter 2016.

a) Forklar, hvad tallene 0,13 og 3,76 fortæller om antallet af internationale betalingskort.

Kilde: finas.dk

3.D1.25 I et biludlejningsfirma kan man leje en bil for én dag.
For at leje bilen skal man betale en fast pris på 249 kr. og derudover 2 kr. pr. kørt km.

a) Indfør passende variable, og opstil en model der kan bruges til at beregne prisen for at leje bilen én dag.

3.D1.26 I år 2018 var det gennemsnitlige forbrug på chips 341 kr. pr. husstand i Danmark.
I de efterfølgende år er forbruget vokset med 17 % pr. år.
Udviklingen i forbruget på chips kan beskrives ved en model af typen

$$y = b \cdot a^x \,.$$

a) Bestem tallene a og b, og forklar, hvad de to variable x og y står for.

Kilde: dst.dk

3.D1.27

Antallet af brevforsendelser falder i Danmark. I en model kan udviklingen beskrives ved funktionen

$$f(x) = 1015 \cdot 0{,}87^x \; ,$$

hvor $f(x)$ er antallet af forsendelser (målt i mio.), og x er antal år efter 2009.

a) Forklar, hvad tallene 1015 og 0,87 fortæller om antallet af forsendelser.

Kilde: Finas.dk

Delprøve 2

3.D2.1 Overskuddet i en virksomhed kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = -3x^2 + 60x \ ,$$

hvor $f(x)$ betegner overskuddet i mio. kr., når virksomheden producerer x tons.

a) Tegn grafen for *f*. Man skal kunne se overskuddet fra $x=0$ til $x=20$.

3.D2.2 Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = -x+1 \text{ og } g(x) = x^2 - x - 3 \ .$$

a) Tegn grafen for *f* og grafen for *g*.

b) Løs ligningen $f(x) = g(x)$.

3.D2.3 En funktion er givet ved

$$f(x) = 3x + 4 - 2^x \ .$$

a) Tegn grafen for *f*.

b) Bestem afstanden mellem grafens to skæringspunkter med x-aksen.

3.D2.4 Tabellen viser udviklingen i antallet af landbrug i Danmark.

År efter 2010	0	1	...	11	12
Antal landbrug	42099	40660	...	31395	30678

Alle tabellens 13 datapunkter findes i vedhæftede fil: Bilag_Landbrug_data

I en model beskrives udviklingen ved en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b \ ,$$

hvor $f(x)$ er antallet af landbrug, og x er antal år efter 2010.

a) Bestem en forskrift for *f* ved brug af lineær regression.

b) Benyt modellen til at forudsige, hvilket årstal antallet af landbrug kommer under 26000.

c) Hvor meget falder antallet af landbrug over en periode på 7 år ifølge modellen?

Kilde: statistikbanken.dk

3.D2.5 En kold vinterdag sættes en gryde med varm suppe udenfor på en terrasse. Tabellen viser udviklingen i suppens temperatur.

Tid (min.)	0	5	...	55	60
Temperatur (°C)	85	81	...	40	37

Alle tabellens 13 datapunkter findes i vedhæftede fil: Bilag_Temperatur_data

Udviklingen i temperaturen kan beskrives ved en eksponentiel model

$$f(x) = b \cdot a^x \ ,$$

hvor $f(x)$ er temperaturen, målt i °C, og x er antal minutter, gryden har stået på terrassen.

a) Bestem tallene a og b ved eksponentiel regression.

b) Bestem temperaturen ifølge modellen, når gryden har stået på terrassen i 100 minutter.

c) Benyt modellen til at bestemme halveringstiden $T_{\frac{1}{2}}$.

3.D2.6 Lydniveauet fra en boremaskine afhænger af afstanden fra boremaskinen. Denne sammenhæng kan beskrives med funktionen

$$f(x) = 98 - 20 \cdot \log(x) \ ,$$

hvor $f(x)$ er lydniveauet, målt i dB, og x er afstanden til boremaskinen, målt i meter.

a) Bestem lydniveauet i en afstand på 4 meter fra boremaskinen.

b) Løs ligningen $f(x) = 80$, og forklar, hvad ligningen og dens løsning fortæller om lydniveauet.

3.D2.7 I en model beskrives udviklingen i det daglige minutforbrug på radio (per person per dag) blandt unge i Danmark ved funktionen

$$f(x) = 61 \cdot 0{,}954^x \ ,$$

hvor $f(x)$ er minutforbruget x år efter 2017.

a) Bestem minutforbruget i år 2024 ifølge modellen.

b) Bestem halveringskonstanten $T_{\frac{1}{2}}$, og forklar, hvad tallet fortæller om minutforbruget.

Kilde: dr.dk

3.D2.8 Tabellen viser udviklingen i Tyrkiets befolkningstal.

År efter 2011	0	1	2	3	4	5	6
Befolkningstal (mio.)	74,2	75,3	76,6	78,1	79,7	81,0	82,1

I en model beskrives udviklingen ved en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b \ ,$$

hvor x er antal år efter 2011 og $f(x)$ er Tyrkiets befolkningstal i mio.

a) Bestem tallene a og b ved lineær regression.

I 2024 er Tyrkiets befolkningstal 86,3 mio.

b) Bestem $f(13)$, og undersøg, om 86,3 mio. afviger mere end 5 % fra modellens befolkningstal i 2024.

3.D2.9

Højde over havet (km)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
Lufttryk (kPa)	101,3	95,5	89,9	84,6	79,5	74,7

Tabellen viser lufttrykket i forskellige højder over havet. Lufttrykket kan med god tilnærmelse beskrives ved en model af typen

$$f(x) = b \cdot a^x \ ,$$

hvor x er højden over havet (målt i meter), og $f(x)$ er lufttrykket (målt i kPa).

a) Bestem tallene a og b ved brug af eksponentiel regression.

På toppen af bjerget Mt. Everest er man 8,8 km over havet. Lufttrykket måles til at være 33,7 kPa.

b) Bestem $f(8,8)$, og vurdér, om modellen er anvendelig til at beskrive lufttrykket på toppen af Mt. Everest.

Kilde: Databog fysik-kemi

3.D2.10 Tabellen viser salget af alkoholfri øl i Danmark i perioden 2017-2022.

År efter 2017	0	1	2	3	4	5
Salg af alkoholfri øl (mio. liter)	4,3	5,5	5,9	6,6	7,3	7,5

I en model kan udviklingen beskrives ved en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b \ ,$$

hvor $f(x)$ er salget af alkoholfri øl (målt i mio. liter), og x er antal år efter 2017.

a) Bestem tallene a og b ved lineær regression.

I 2023 var salget af alkoholfri øl på 8,3 mio. liter.

b) Bestem $f(6)$, og beregn den relative afvigelse mellem observeret værdi og modelværdi.

Kilde: Bryggeriforeningen

3.D2.11 Hos taxaselskabet A kan prisen for en tur på x km beregnes ved funktionen

$$f(x) = 12{,}3 \cdot x + 49 \ ,$$

hvor $f(x)$ er prisen i kr. for taxaturen.

a) Bestem $f(10)$, og forklar, hvad dette tal fortæller om prisen.

Hos taxaselskabet B kan prisen for en tur på x km beregnes ved

$$g(x) = 13{,}8x + 39 \ ,$$

hvor $g(x)$ er prisen i kr. for taxaturen.

b) Hvor lang skal en taxatur være, før taxaselskabet A er det billigste?

3.D2.12

I 1975 levede der kun 250 grizzlybjørne i nationalparken Yellowstone i USA. I 2023 var antallet vokset til 965. Antallet af grizzlybjørne i parken er altså næsten firedoblet i løbet af 48 år.

Udklip fra artikel

I en model beskriver man udviklingen i antallet af grizzlybjørne i Yellowstone fra 1975 til 2023 ved en eksponentiel funktion

$$f(x) = b \cdot a^x ,$$

hvor x er antal år efter 1975, og $f(x)$ er antal grizzlybjørne.

a) Benyt udklippets oplysninger til at udfylde en tabel som nedenstående, og bestem tallene a og b.

Antal år efter 1975	Antal grizzlybjørne
0	

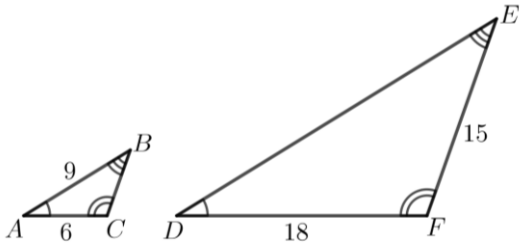
b) Forklar, hvad tallet a fortæller om antallet af grizzlybjørne.

c) Hvor mange procent vokser antallet af grizzlybjørne over en periode på 10 år?

4. Geometri og trekanter

Delprøve 1

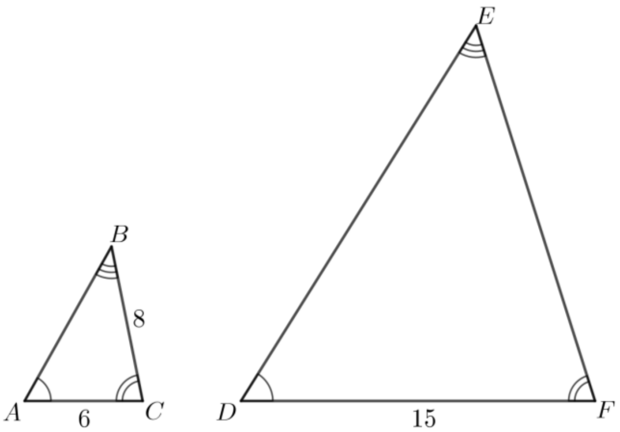
4.D1.1



Figuren viser to ensvinklede trekanter *ABC* og *DEF*.

a) Bestem længden af siderne *BC og DE*.

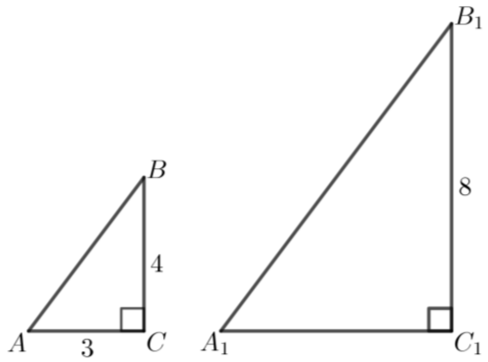
4.D1.2



Figuren viser to ensvinklede trekanter *ABC* og *DEF*.

a) Bestem skalafaktoren *k*, og bestem længden af siden *EF*.

4.D1.3



Figuren viser to ensvinklede trekanter *ABC* og $A_1B_1C_1$. Nogle af trekanternes mål fremgår af figuren.
De to trekanter er begge retvinklede.

a) Bestem omkredsen af trekant $A_1B_1C_1$.

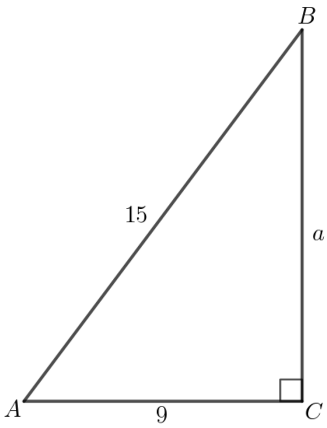
4.D1.4 Om trekant ABC oplyses, at $|AB| = 8$, $\angle A = 32°$ og $|AC| = 11$.

a) Tegn en skitse af trekant ABC, og skriv opgavens oplysninger på din trekant.

4.D1.5 Om trekant ABC oplyses, at $|AC| = 13$, $|AB| = 16$.
Desuden oplyses det, at vinkel C er ret.

a) Tegn en skitse af trekant ABC, og skriv opgavens oplysninger på din trekant.

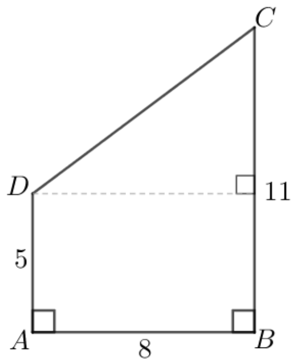
4.D1.6



Figuren viser den retvinklede trekant ABC.

a) Bestem længden af siden a.

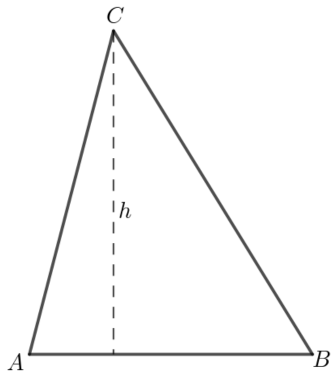
4.D1.7



Figuren viser firkanten $ABCD$. Nogle af firkantens oplysninger er angivet på figuren.

a) Bestem længden af siden CD.

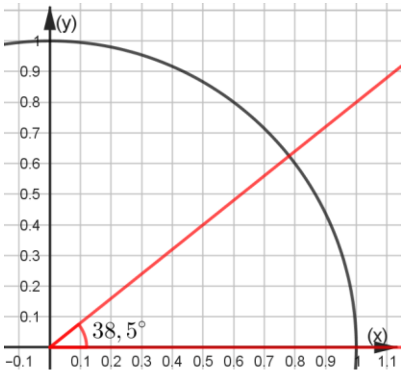
4.D1.8



Figuren viser trekanten *ABC* samt højden *h*, der har længden 8.
Det oplyses desuden, at trekantens areal er 28.

a) Benyt en formel til at bestemme længden af grundlinjen *AB*.

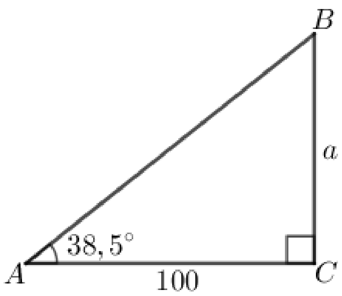
4.D1.9



Figur 1

Figur 1 viser et koordinatsystem med enhedscirklen, hvor en vinkel på 38,5° er indtegnet.

a) Benyt figuren til at bestemme $\tan(38,5°)$.

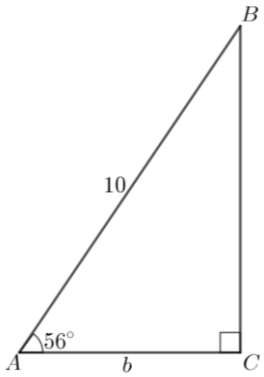


Figur 2

Figur 2 viser en retvinklet trekant *ABC*, hvor nogle af trekantens mål er angivet.

b) Bestem længden af kateten *a*.

4.D1.10



Figur 1

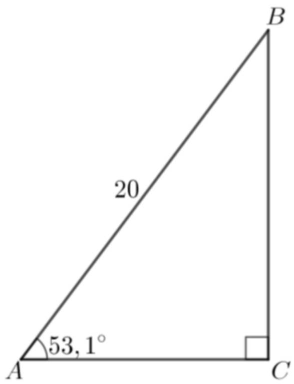
Tabelværdier
$\sin(56°) = 0{,}829$ $\cos(56°) = 0{,}559$ $\tan(56°) = 1{,}483$

Figur 2

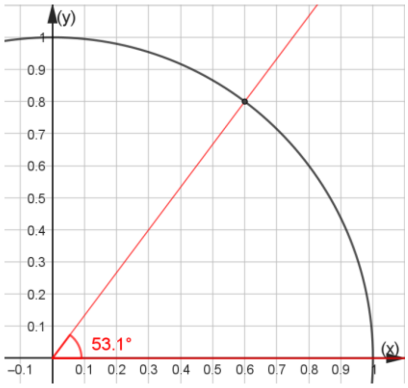
Figur 1 viser en retvinklet trekant ABC. Nogle af målene er angivet på trekanten.
Figur 2 viser udvalgte tabelværdier for sinus, cosinus og tangens.

a) Benyt en formel til at bestemme længden af siden b.

4.D1.11



Figur 1

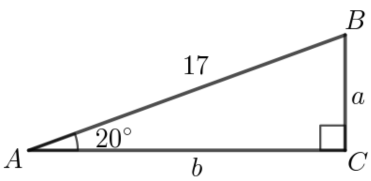


Figur 2

Figur 1 viser den retvinklede trekant ABC. Nogle af trekantens mål fremgår af figuren.
Figur 2 viser enhedscirklen, hvor trekantens vinkel A er indtegnet.

a) Benyt enhedscirklen til at aflæse tallet $\sin(53{,}1°)$, og brug en formel til at bestemme længden af siden BC.

4.D1.12

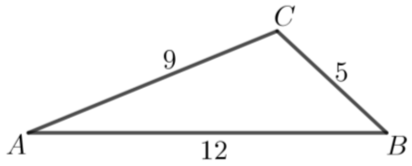


I en retvinklet trekant er $\angle A = 20°$ og hypotenusens længde er 17.

a) Brug oplysningerne til at opstille en ligning, der kan bruges til at bestemme længden af den modstående katete til A.

Delprøve 2

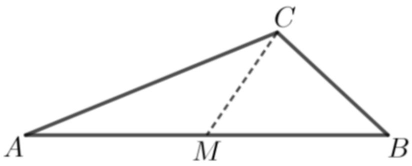
4.D2.1



Figur 1

Figur 1 viser trekant *ABC*. Nogle af målene fremgår af figuren.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant *ABC*, og forklar konstruktionen.



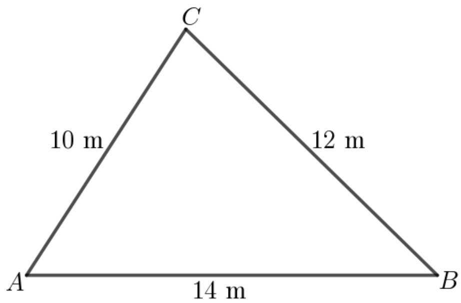
Figur 2

Figur 2 viser igen trekant *ABC*, hvor medianen fra *C* skærer siden *AB* i punktet *M*.

b) Bestem længden af medianen *CM* med 5 decimaler.

4.D2.2

Figur 1



Figur 2

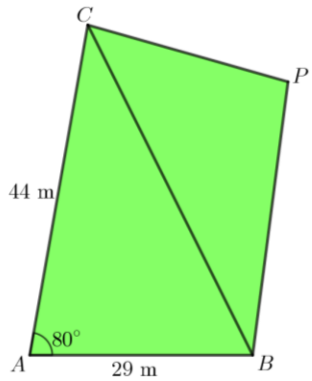
Figur 1 viser computertegning af et hus. Figur 2 viser en model af tagkonstruktionen, hvor nogle af målene er angivet.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant *ABC*, og forklar konstruktionen.

I det gamle Egypten bestemte man arealet af en trekant ved at udregne halvdelen af den korteste side og gange dette tal med gennemsnittet af de to længste sider.

b) Benyt egypternes metode til at bestemme arealet af tagkonstruktionen, og afgør, om dette areal afviger mere end 5 % fra trekantens rigtige areal.

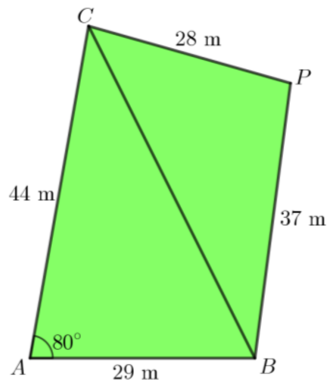
4.D2.3



Figur 1

Figur 1 viser en tegning af en firkantet græsplæne *ABPC*. Nogle af målene fremgår af figuren.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant *ABC*, og forklar konstruktionen.

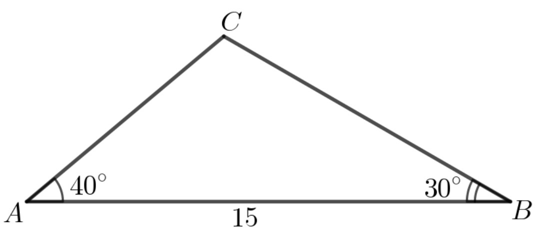


Figur 2

Figur 2 viser igen en tegning af græsplænen *ABPC*, hvor alle sidelængderne er angivet.

b) Konstruér en målfast tegning af hele græsplænen *ABPC,* og bestem arealet med 5 decimaler.

4.D2.4



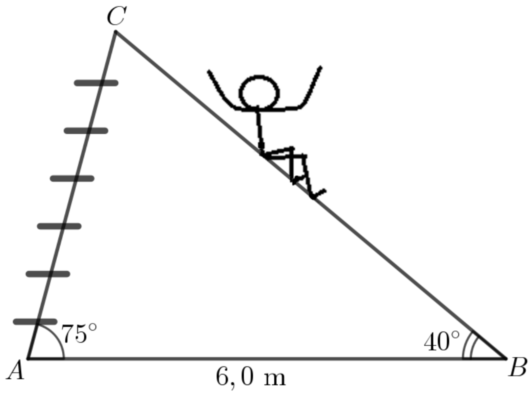
Figuren viser trekant *ABC*. Nogle af målene fremgår af figuren.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant *ABC*, og forklar din konstruktion.

For et punkt *P* gælder, at *AP* har længden 9 og *BP* har længden 10.

b) Undersøg om punktet *P* kan placeres inde i trekant *ABC*. Begrund dit svar.

4.D2.5



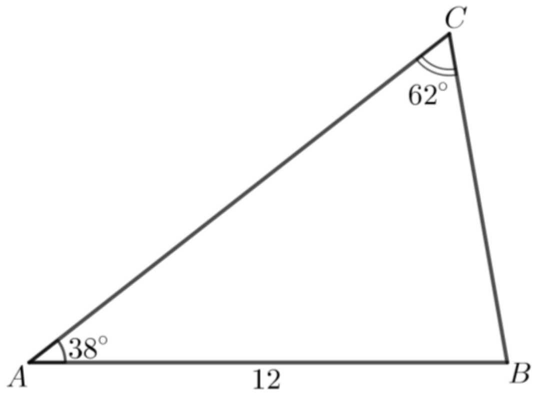
Figuren forestiller en model af en rutsjebane med sliske *CB*. Nogle af målene fremgår af figuren.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant *ABC*. Forklar din konstruktion.

Sarah påstår, at længden fra *B* via *A* til *C* er dobbelt så lang som slisken *CB*.

b) Undersøg, om Sarah har ret.

4.D2.6



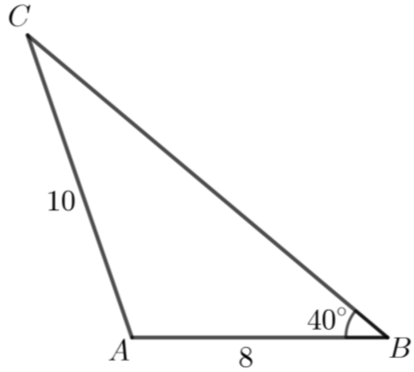
Figuren viser en trekant *ABC*, hvor $|AB| = 12$, $\angle A = 38°$ og $\angle C = 62°$.

a) Beregn vinkel *B*, og konstruér en målfast tegning af trekant *ABC*. Forklar konstruktionen.

b) Hvor højt ligger punktet *C* over siden *AB*? Forklar din metode.

4.D2.7

Figur 1



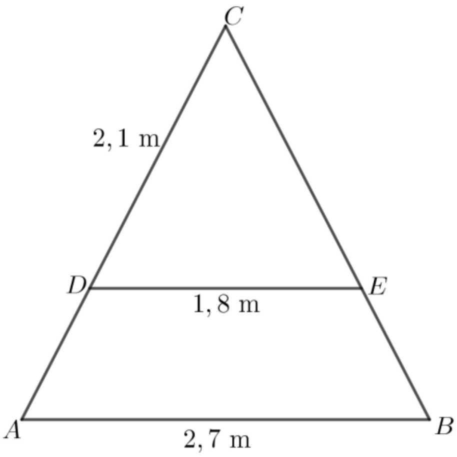
Figur 2

Figur 1 viser en trispastos-kran set fra siden. Figur 2 viser trekant *ABC,* der er en modeltegning af kranen. Nogle af målene er angivet på trekanten.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant *ABC*, og forklar din konstruktion.

4.D2.8

Figur 1



Figur 2

Figur 1 viser et trekantet legehus. Figur 2 viser en model af legehuset.
Trekanterne *ABC* og *CDE* er ensvinklede.
Det oplyses, at længden af *AB* er 2,7 m, *DE* er 1,8 m og *CD* er 2,1 m.

a) Bestem skalafaktoren *k*, og bestem længden af siden *AD*.

5. Statistik

Delprøve 1

5.D1.1

En klasse med 17 elever har taget en matematiktest. Herunder ses antal point, som eleverne fik i denne test:

$$5, 10, 23, 24, 26, 40, 47, 51, 60, 61, 61, 64, 65, 65, 73, 75, 100.$$

a) Bestem kvartilsættet for fordelingen af elevernes point.

b) Bestem kvartilbredden *KB*, og undersøg, om 100 point er en outlier.

5.D1.2

Herunder ses antallet af vingummier i 10 forskellige poser af Haribos Matador Mix:

$$26, 18, 16, 24, 16, 14, 19, 21, 30, 29.$$

a) Sortér antallet af vingummier efter størrelse, og bestem det udvidede kvartilsæt for antallet af vingummier.

b) Forklar betydningen af medianen og øvre kvartil.

5.D1.3

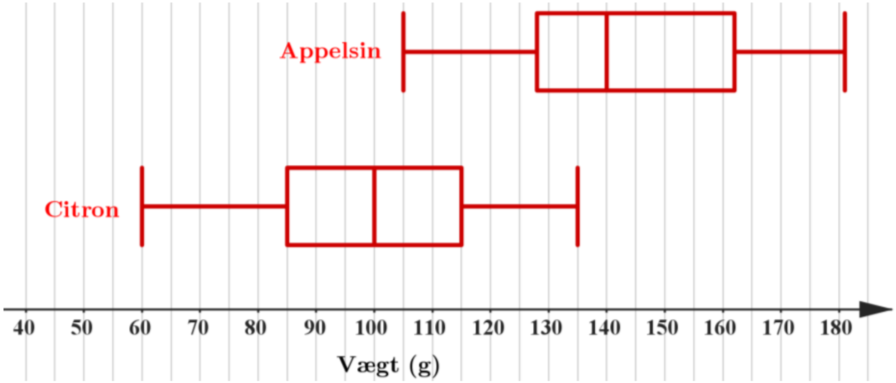
Mindsteværdi	Nedre kvartil	Median	Øvre kvartil	Størsteværdi
32	44	50	55	71

Tabellen viser det udvidede kvartilsæt for aldersfordelingen for lærerne på et gymnasium.

a) Tegn et boksplot for aldersfordelingen. Brug bilaget.

b) Undersøg, om en lærer på 45 år er blandt de yngste 25 % af lærerne.

5.D1.4

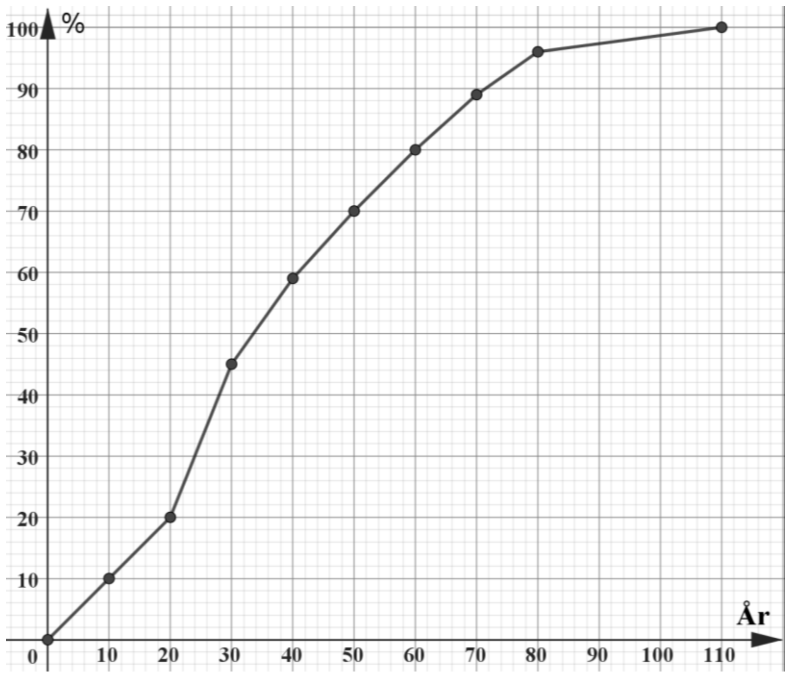


De to boksplot på figuren viser vægtfordelingen for en stor samling af appelsiner og citroner.
Herunder ses tre påstande:

1) Den tungeste appelsin vejer 140 g.
2) Halvdelen af citronerne vejer mellem 85 g og 115 g.
3) Alle appelsinerne vejer mere end de letteste 50 % af citronerne.

a) Forklar for hver påstand, om den er korrekt. Brug bilaget.

5.D1.5

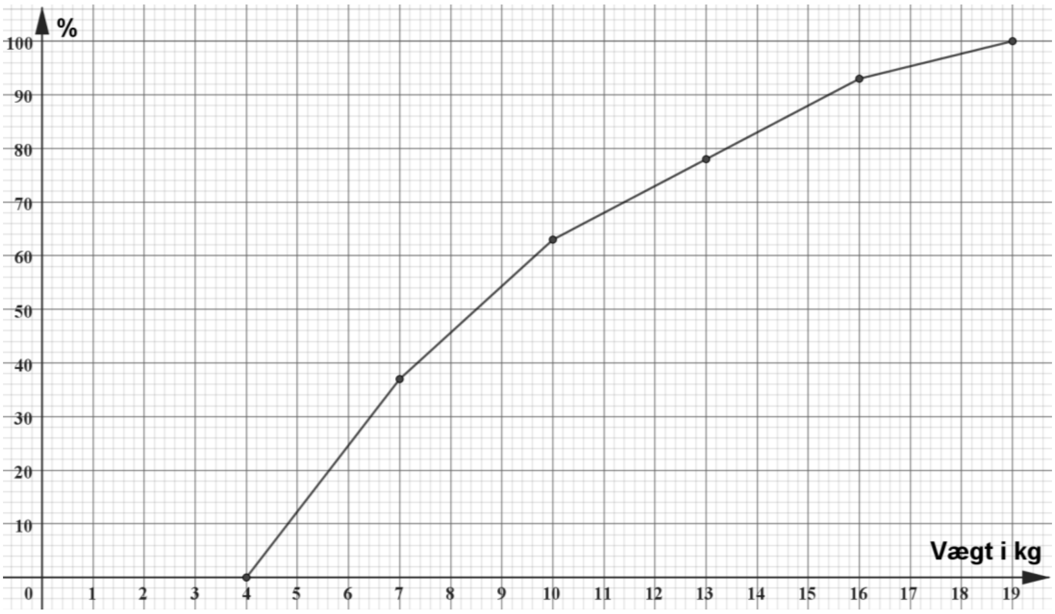


Sumkurven på figuren viser aldersfordelingen for indbyggerne i Aarhus kommune.

a) Bestem nedre kvartil, og forklar, hvad dette tal fortæller om indbyggernes alder.
b) Hvor mange procent af indbyggerne er mellem 30 år og 60 år?

Kilde: Statistikbanken.dk

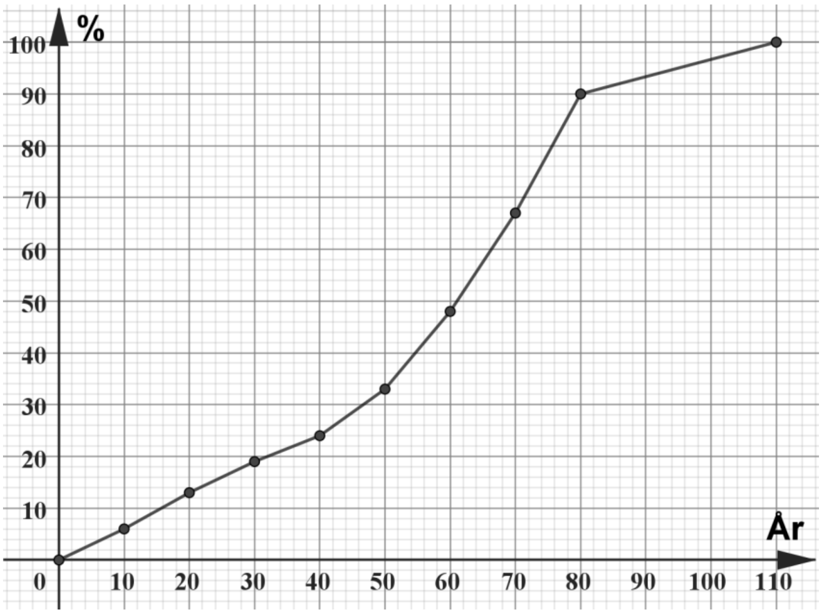
5.D1.6



Sumkurven viser vægtfordelingen for de fangede laks til en fiskekonkurrence.
Christian fangede en laks, der vejede 14 kg. Han påstår, at laksen var blandt de tungeste 20 % af de fangede laks.

a) Undersøg, om Christians påstand er korrekt.

5.D1.7

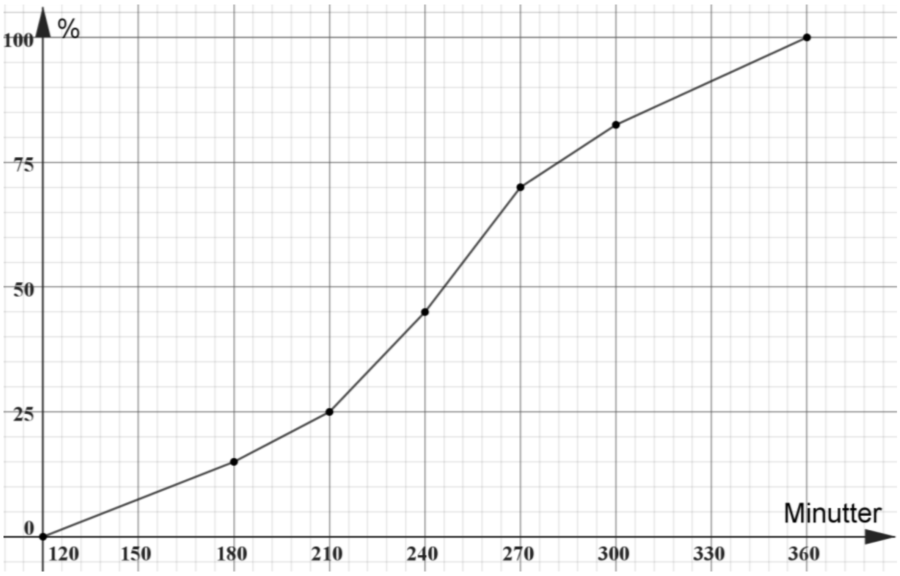


Sumkurven på figuren viser aldersfordelingen for befolkningen på Læsø.

a) Afgør for hver af følgende påstande om den er korrekt. Begrund svarene.
   1) Medianen er 61 år.
   2) 20 % af befolkningen er over 32 år.
   3) 42 % af befolkningen er mellem 60 og 80 år.

Kilde: Statistikbanken.dk

5.D1.8



Sumkurven viser fordelingen af løbetiderne (målt i minutter) ved et maratonløb.

a) Bestem kvartilerne Q_1, m, og Q_3.

Kurt brugte 300 minutter på at gennemføre maratonløbet.

b) Hvor mange procent af løberne havde en løbetid, der var større end Kurts løbetid?

Delprøve 2

5.D2.1 Tabellen viser udgiften pr. indbygger til sundhedsydelser for alle kommuner i Danmark i 2023.

Udgift (kr.)	1779	1475	1918	…	1524	1958

Alle tabellens 98 data findes i vedhæftede fil: Bilag_Udgifter_data

a) Bestem det udvidede kvartilsæt for udgifterne.

I Lolland Kommune var udgiften pr. indbygger til sundhedsydelser 2468 kr.

b) Bestem kvartilbredden, og benyt denne til at gøre rede for, at udgiften pr. indbygger til sundhedsydelser i Lolland Kommune er en outlier.

Kilde: noegletal.dk

5.D2.2

Tabellen nedenfor viser vægten af nogle pakker med hakket kød i et supermarked.

Vægt i gram	406	379	411	…	385	377

Alle tabellens 52 data findes i vedhæftede fil: Bilag_Vægt_data

a) Tegn et boksplot for alle tabellens data.

Supermarkedet påstår, at mindst 25 % af pakkerne med hakket kød vejer over 400 gram.

b) Undersøg, om supermarkedets påstand er korrekt.

5.D2.3 Tabellen viser antallet af 0-10-årige i landets kommuner i 2023.

Antal 0-10-årige	72557	11094	6305	…	24038	6784

Alle tabellens 98 data findes i vedhæftede fil: Bilag_Antal_data

a) Bestem median og middeltal for datasættet.

b) Hvad fortæller disse to tal om antallet af 0-10-årige i landets kommuner?

Kilde: noegletal.dk

6. Kombinatorik og sandsynlighedsregning

Delprøve 1

6.D1.1

Terningerne viser 3 og 2. Spillets udfald er $3 \cdot 2 = 6$

Figuren viser to terninger, som begge har fire sider.
I et spil kastes der én gang med de to terninger, og produktet af de to viste tal noteres.
Herunder ses en tabel med en ufærdig opstilling af de mulige udfald af spillet.
Fx viser 6-tallet i tabellen, at den ene terning viste 2, og den anden terning viste 3,

·	1	2	3	4
1				
2			6	
3				
4				

a) Gør en tabel som ovenstående færdig, og bestem sandsynligheden for, at udfaldet i spillet er mindre end 5.

6.D1.2

Billedet viser en kurv med kugler i forskellige farver. Tabellen viser antallet af kugler af hver farve i kurven.

Farve	Rød	Blå	Hvid	Grå
Antal	110	55	20	15

På tilfældig vis vælges én kugle fra kurven.

a) Bestem sandsynligheden for, at der vælges enten en rød kugle eller en hvid kugle.

6.D1.3

En tapas-restaurant kan lave 9 forskellige retter.
En menu består af 3 forskellige retter.

a) På hvor mange måder, kan man vælge en menu, når rækkefølgen af retterne ikke har betydning?

6.D1.4

På billedet ses tre bunker med forskellige spillekort. Den første bunke indeholder 7 klør, den anden bunke indeholder 10 hjerter, og den tredje bunke indeholder 8 spar.
I et spil skal man vælge to kort fra bunkerne. Man skal vælge enten én klør og én hjerter eller én hjerter og én spar.

a) På hvor mange måder kan de to kort vælges?

6.D1.5

På billedet ses en terning med 6 sider og en terning med 4 sider.
De to terninger kastes.

a) Bestem sandsynligheden for, at begge terninger viser udfaldet 1.

6.D1.6

Billedet viser en symmetrisk terning med 10 sider. Terningens sider er nummereret med tallene fra 1 til 10.
Lucas kaster én gang med terningen. Han vinder, hvis terningen viser 6, 7, 8, 9 eller 10.

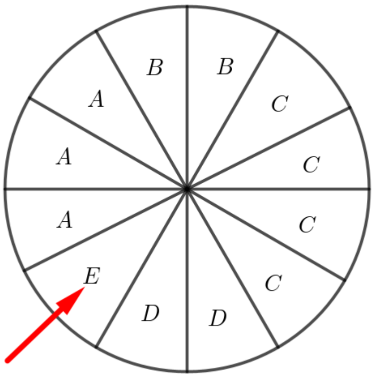
a) Bestem sandsynligheden for, at Lucas vinder.

Lucas kaster nu med terningen to gange. Han påstår, at der er mindre end 30 % sandsynlighed for, at han vinder begge gange.

b) Undersøg, om Lucas har ret.

Delprøve 2

6.D2.1



Figuren viser et lykkehjul med 12 felter. Hjulet drejes, og spillets udfald er det bogstav, som pilen peger på. Alle felter har samme sandsynlighed.

a) Udfyld en tabel som nedenstående.

Udfald	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
Sandsynlighed					

Hjulet drejes tre gange.

b) Bestem sandsynligheden for, at pilen peger på *B,* så *A* og til sidst *E*.

6.D2.2

Et sæt spillekort indeholder i alt 52 forskellige kort.
En poker-hånd består af 5 forskellige kort.

a) Bestem antallet af måder man kan vælge 5 kort blandt i alt 52 kort, når rækkefølgen af kortene ikke har betydning.

6.D2.3 I et spil er der fire mulige gevinster.
Tabellen viser sandsynligheden for hver gevinst.

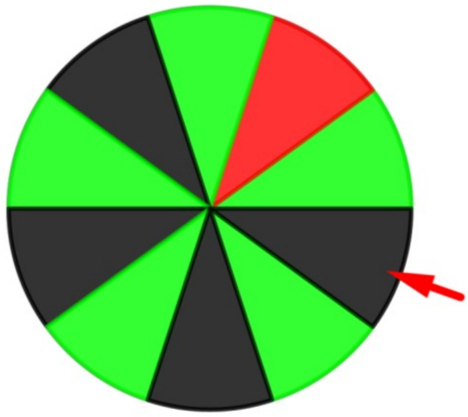
Gevinst (kr.)	−50	20	100	500
Sandsynlighed	0,62	0,28	0,08	0,02

a) Bestem sandsynligheden for, at gevinsten er positiv.

Man kan beregne den gennemsnitlige gevinst i spillet ved at gange hver af gevinsterne med den tilhørende sandsynlighed, og herefter lægge de fire tal sammen.

b) Beregn den gennemsnitlige gevinst i spillet.

6.D2.4



Billedet viser et lykkehjul med 10 felter. Når lykkehjulet drejes, vil lykkehjulet stoppe tilfældigt på ét af felterne.

a) Bestem sandsynligheden for, at lykkehjulet stopper på et af de sorte felter.

Lykkehjulet drejes nu 3 gange.

b) Bestem sandsynligheden for, at lykkehjulet stopper på et af de sorte felter alle 3 gange.