

STX

STUDENTEREKSAMEN



STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

MATEMATISK FORMELSAMLING

STX A

Oktober 2025

Matematisk formelsamling stx A

© Matematiklærerforeningen 2025

1. udgave, 1. oplag

Forfattere: Kristoffer Grue Jensen, Dorte Krammer, Gert Schomacker,

Michael Brix Pedersen, Janne Bie, Anders Bloch samt Ole Frehr

Redaktør: Ole Frehr

Omslag: Helle Trimager Andersen, Stibo Complete

Tryk: Stibo Complete, Horsens

Salg: LMFK-sekretariatet, Toldboden 3, 2. sal D18, 8800 Viborg og på www.mat.dk

email: lmfk@sekr.dk

ISBN: 978-87-93747-21-0

Udarbejdet i samarbejde mellem Matematiklærerforeningen og Undervisningsministeriet, Styrelsen for Undervisning og Kvalitet, Kontor for Prøver, Eksamen og Test, 2024

Siderne 3-96 er udgivet med tilladelse fra Styrelsen for Undervisning og Kvalitet, og siderne 3-96 er identiske med styrelsens udgivelse "Matematisk formelsamling stx A"

Kopiering fra denne bog må kun finde sted på institutioner, der har indgået aftale med COPY-DAN, og kun inden for de i aftalen nævnte rammer.

Forord

”Matematisk formelsamling stx A” er udarbejdet til brug for eksaminanderne ved den skriftlige prøve og i undervisningen i matematik efter 2024-læreplanen for matematik A, stx.

”Matematisk formelsamling stx A” indeholder de emner, der forekommer inden for læreplanens kernestof.

For overblikkets skyld er medtaget formler for areal og rumfang af en række elementære geometriske figurer.

Endvidere indeholder formelsamlingen en liste over matematiske standardsymboler. Hensigten hermed er dels at give eleverne et hurtigt overblik, dels at bidrage til, at undervisere og forfattere af undervisningsmaterialer kan anvende ensartet notation, symbolsprog og terminologi. Listen over matematiske standardsymboler går derfor ud over kernestoffet, men holder sig dog inden for det matematiske univers i gymnasiet.

En række af formlerne i formelsamlingen er kun anvendelige under visse forudsætninger (fx at nævneren i en brøk er forskellig fra 0). Sådanne forudsætninger er af hensyn til overskueligheden ikke eksplicit nævnt.

Figurerne er medtaget som illustration til formlerne, og den enkelte figur anskueliggør ofte ét blandt flere mulige tilfælde.

Betydningen af de størrelser, der indgår i formlerne, er ikke altid forklaret, men vil dog være det i tilfælde, hvor betydningen ikke følger umiddelbart af skik og brug i den matematiske litteratur.

Børne- og Undervisningsministeriet
Styrelsen for Undervisning og Kvalitet
Kontor for Prøver, Eksamen og Test
Oktober 2025

Indhold

Procent- og rentesregning	8
Geometri	9
Ensvinklede trekanter	9
Cosinus, sinus og tangens i enhedscirklen	10
Retvinklede trekanter	11
Vilkårlige trekanter	12
Funktioner	14
Koordinatsystemet	14
Funktioner	14
Lineære funktioner	16
Eksponentielle funktioner	18
Potensfunktioner	21
Andengradspolynomier	22
Proportionalitet	24
Logaritmefunktioner	25
Trigonometriske funktioner	26
Regression	30
Afvigelser	31
Deskriptiv statistik	32
Ugrupperede observationer	32
Grupperede observationer	34
Kombinatorik	35
Pascals trekant	36
Sandsynlighedsregning	37
Symmetrisk sandsynlighedsfelt	37
Stokastisk variabel	38
Binomialfordeling	38
Binomialtest	39

Normalfordelingen	40
Normalfordelt stokastisk variabel	40
Normalfordelingens tæthedsfunktion	40
Normalfordelingens fordelingsfunktion	43
Analytisk plangeometri	44
Vektorer i planen	44
Linjer i planen	49
Afstande i planen	52
Cirkler	53
Analytisk rumgeometri	54
Vektorer i rummet	54
Linjer i rummet	58
Planer i rummet	59
Afstande i rummet	60
Kugler	61
Differentialregning	62
Differentialkvotient	62
Tangentligning	64
Newtons metode	64
Monotoniforhold og lokale ekstrema	65
Afledede funktioner	66
Regneregler for differentiation	67
Integralregning	68
Stamfunktioner	68
Regneregler for integration	69
Areal og rumfang	70
Differentialligninger	72

Tal og algebra	74
Ligningsregler	74
Andengradsligninger	75
Parentesregler	76
Kvadratsætninger	76
Brøkregler	76
Potensregneregler	77
Matematiske standardsymboler	78
Areal, omkreds, rumfang og overflade	85
Trigonometritabel	87
Multiplikationstabel	89
Stikordsregister	90

Procent- og rentesregning

Vækstrate p (%) (1) $r = \frac{p}{100}$
 Vækstrate r (decimaltal)

Eksempel på omregning

Hvis vækstraten er 7 %, så er

$$r = \frac{7}{100} = 0,07$$

Fremskrivningsfaktor F (2) $F = 1 + r$
 Vækstrate r (decimaltal)
 Slutværdi S (3) $S = B \cdot (1 + r)$
 Begyndelsesværdi B $S = B \cdot F$

(4)
$$r = \frac{S - B}{B}$$

Kapitalformlen (5) $K = K_0 \cdot (1 + r)^n$
 Slutkapital K
 Startkapital K_0
 Rentefod r (decimaltal)
 Antal terminer n

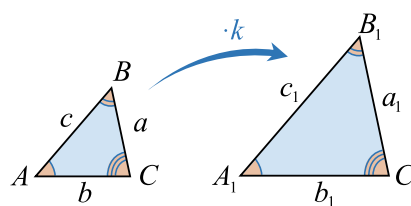
Annuitetsopsparing (6)
$$A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

 Kapital A umiddelbart efter
 den sidste indbetaling
 Terminsindbetaling b
 Rentefod r (decimaltal)
 Antal indbetalinger n

Annuitetslån (7)
$$y = G \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

 Terminsydelse y
 Hovedstol G
 Rentefod r (decimaltal)
 Antal terminsydelser n

Ensvinklede trekanter



Skalafaktor k
(forstørrelsesfaktor)

$$(8) \quad k = \frac{a_1}{a}$$

$$k = \frac{b_1}{b}$$

$$k = \frac{c_1}{c}$$

Beregning af sidelængder

$$(9) \quad a_1 = k \cdot a$$

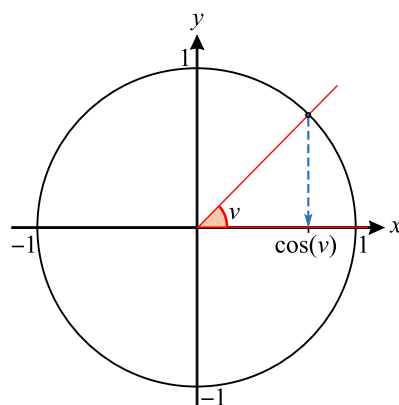
$$b_1 = k \cdot b$$

$$c_1 = k \cdot c$$

Cosinus, sinus og tangens i enhedscirklen

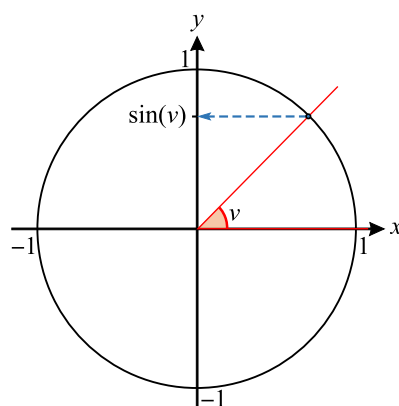
Aflæsning af $\cos(v)$
ud fra enhedscirklen

(10)



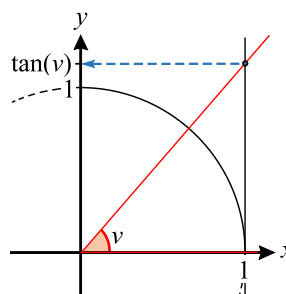
Aflæsning af $\sin(v)$
ud fra enhedscirklen

(11)



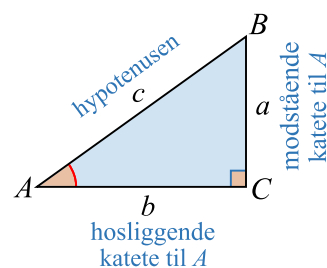
Aflæsning af $\tan(v)$
ud fra enhedscirklen

(12)



Retvinklede trekanter

Alle formler herunder er med udgangspunkt i den retvinklede trekant ABC



Pythagoras' sætning

$$(13) \quad a^2 + b^2 = c^2$$

cosinus til vinkel A

$$(14) \quad \cos(A) = \frac{b}{c}$$

$$\cos(A) = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}$$

sinus til vinkel A

$$(15) \quad \sin(A) = \frac{a}{c}$$

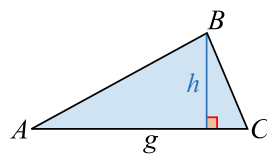
$$\sin(A) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

tangens til vinkel A

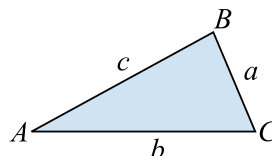
$$(16) \quad \tan(A) = \frac{a}{b}$$

$$\tan(A) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}$$

Vilkårlige trekanter

Trekantens areal T

$$(17) \quad T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$

Højde h Grundlinje g Summen af vinklerne i
trekant ABC

$$(18) \quad A + B + C = 180^\circ$$

Omkreds O af trekant ABC

$$(19) \quad O = a + b + c$$

cosinusrelation

$$(20) \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(C)$$

$$(21) \quad \cos(C) = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

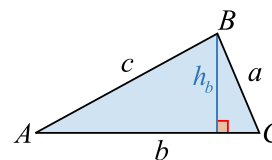
sinusrelationer

$$(22) \quad \frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

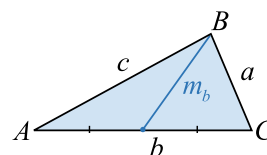
Trekantens areal T

$$(23) \quad T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C)$$

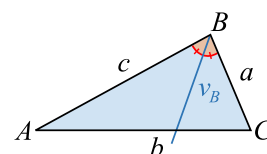
Højden h_b fra B på siden b eller
dens forlængelse (24)



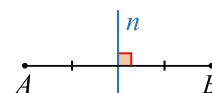
Medianen m_b fra B til
midtpunktet på siden b (25)



Vinkelhalveringslinjen v_B for
vinkel B (26)



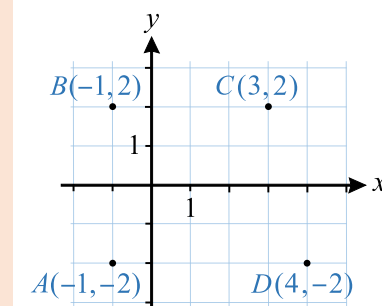
Midtnormalen n for linjestykket
 AB (27)



Koordinatsystemet

Eksempel på punkter tegnet i et koordinatsystem

(28)



Ovenstående punkter angivet på tabelform

(29)

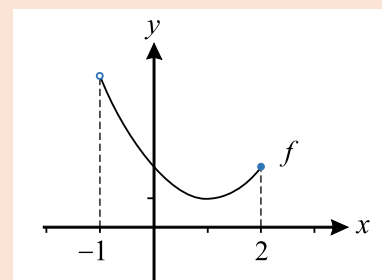
x	-1	-1	3	4
y	-2	2	2	-2

Funktioner

Graf for funktionen f med definitionsmængden $-1 < x \leq 2$

(30)

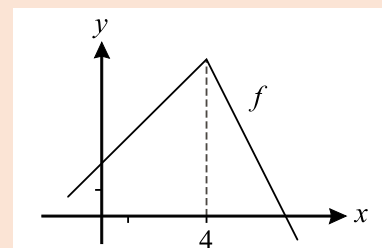
$$f(x) = x^2 - 2x + 2, \quad -1 < x \leq 2$$



Eksempel på stykkevis defineret funktion (gaffelforskrift)

(31)

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{for } x \leq 4 \\ -2x + 14 & \text{for } x > 4 \end{cases}$$

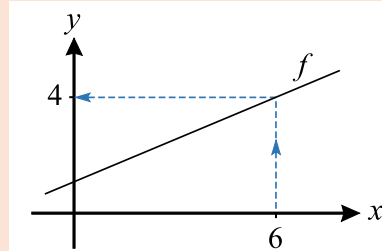


Beregning af
funktionsværdien $f(6)$

- (32) Hvis $f(x) = 0,5x + 1$,
så er $f(6) = 0,5 \cdot 6 + 1 = 4$

Aflæsning af
funktionsværdien $f(6)$

(33)



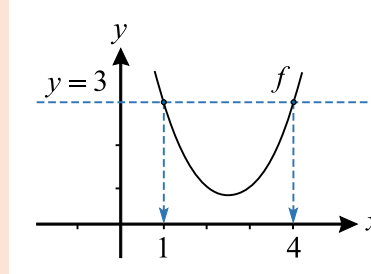
Ved aflæsning får man $f(6) = 4$

Ligning med funktion

- (34) Hvis $f(x) = x^2 - 5x + 7$,
så svarer ligningen
 $f(x) = 3$
til ligningen
 $x^2 - 5x + 7 = 3$

Grafisk løsning af ligningen
 $f(x) = 3$

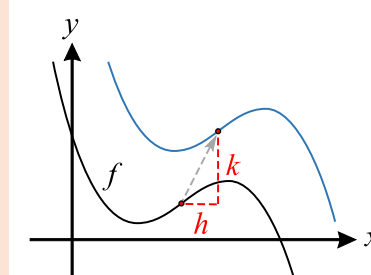
(35)



Ved aflæsning får man
løsningerne $x = 1$ eller $x = 4$

Parallelforskydning af
grafen for funktionen f
med tallet h vandret og
med tallet k lodret
over i grafen for funktionen
 $f(x - h) + k$

(36)

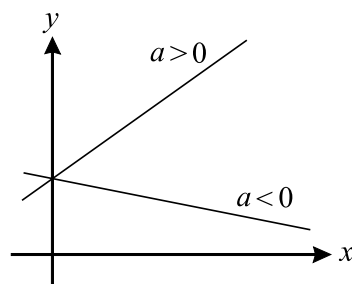


Lineære funktioner

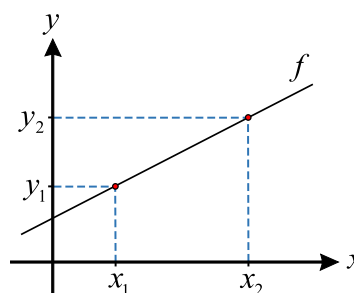
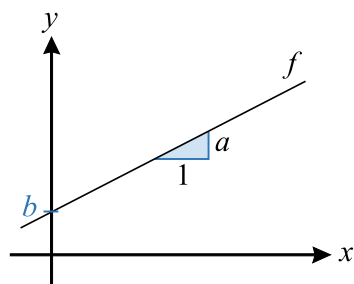
Forskrift for en lineær funktion f (37) $f(x) = a \cdot x + b$

Voksende lineær funktion:
 a er positiv

Aftagende lineær funktion:
 a er negativ



Aflæsning af hældningskoefficient (stigningstal) a og begyndelsesværdi b (39)



Beregning af a ud fra to punkter (x_1, y_1) og (x_2, y_2) på grafen

(40)
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Beregning af b ud fra ét punkt (x_1, y_1) på grafen, når a er kendt

(41)
$$b = y_1 - a \cdot x_1$$

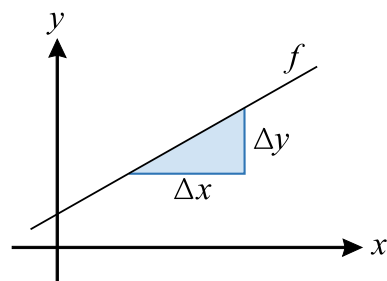
Lineær vækst:

Når der lægges 1 til x , så lægges
der a til $f(x)$

(42)

x	0	1	2
$f(x)$	b	$b+a$	$b+2a$

$\xrightarrow{+1} \xrightarrow{+1}$
 $\xleftarrow{+a} \xleftarrow{+a}$



Beregning af a ud fra tilvæksterne
 Δx og Δy

(43)

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Ekspontielle funktioner

Forskrift for en eksponentiel funktion f

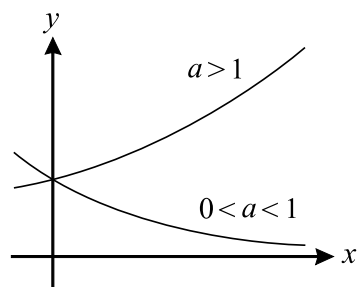
$$(44) \quad \begin{aligned} f(x) &= b \cdot a^x \\ f(x) &= b \cdot (1+r)^x \\ f(x) &= b \cdot e^{k \cdot x}, \text{ hvor } k = \ln(a) \end{aligned}$$

Fremskrivningsfaktor a
Vækstrate r (decimaltal)

$$(45) \quad a = 1 + r$$

Voksende eksponentiel funktion:
 a er større end 1

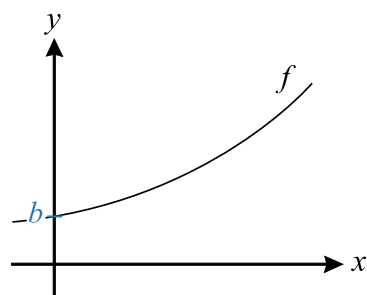
(46)

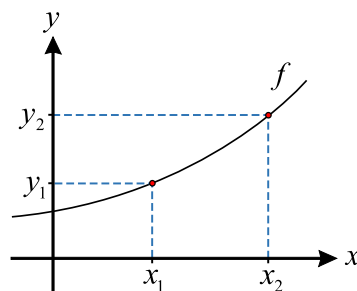


Aftagende eksponentiel funktion:
 a er mellem 0 og 1

Aflæsning af
begyndelsesværdi b

(47)





Beregning af a ud fra to punkter
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2) på grafen

$$(48) \quad a = {}_{x_2 - x_1} \sqrt{\frac{y_2}{y_1}}$$

Beregning af b ud fra ét punkt
 (x_1, y_1) på grafen, når a er kendt

$$(49) \quad b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

Eksponentiel vækst:

Når der lægges 1 til x , så ganges
 $f(x)$ med a

(50)

x	0	1	2
$f(x)$	b	$b \cdot a$	$b \cdot a^2$

$\xrightarrow{+1} \quad \xrightarrow{+1}$
 $\xleftarrow{\cdot a} \quad \xleftarrow{\cdot a}$

Når x -værdien vokser med Δx ,
 medfører det en relativ ændring r_y
 i y -værdien

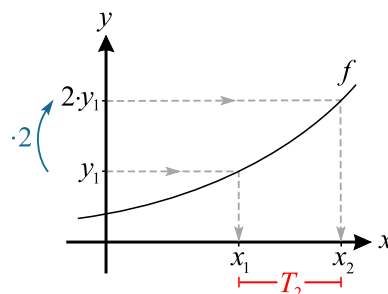
$$(51) \quad 1 + r_y = a^{\Delta x}$$

Beregning af fordoblings-
konstanten T_2 for en voksende
eksponentiel funktion f

$$(52) \quad T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)}, \text{ hvor } f(x) = b \cdot a^x$$

$$(53) \quad T_2 = \frac{\ln(2)}{k}, \text{ hvor } f(x) = b \cdot e^{k \cdot x}$$

Aflæsning af fordoblings-
konstanten T_2 for en voksende
eksponentiel funktion f



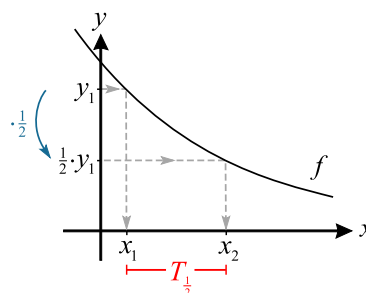
$$(54) \quad T_2 = x_2 - x_1$$

Beregning af halverings-
konstanten $T_{\frac{1}{2}}$ for en aftagende
eksponentiel funktion f

$$(55) \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(a)}, \text{ hvor } f(x) = b \cdot a^x$$

$$(56) \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{k}, \text{ hvor } f(x) = b \cdot e^{k \cdot x}$$

Aflæsning af halverings-
konstanten $T_{\frac{1}{2}}$ for en aftagende
eksponentiel funktion f



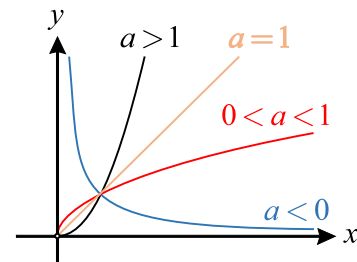
$$(57) \quad T_{\frac{1}{2}} = x_2 - x_1$$

Potensfunktioner

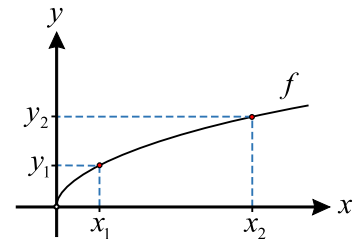
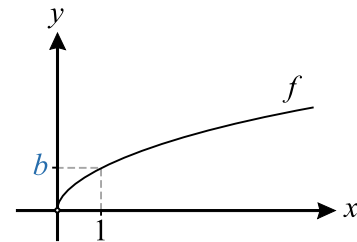
Forskrift for en potensfunktion f (58) $f(x) = b \cdot x^a$

Voksende potensfunktion:
 a er positiv (59)

Aftagende potensfunktion:
 a er negativ



Aflæsning af b (60)



Beregning af a ud fra to punkter
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2) på grafen (61) $a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$

Beregning af b ud fra ét punkt
 (x_1, y_1) på grafen, når a er kendt (62) $b = \frac{y_1}{x_1^a}$

Når x ganges med tallet k ,
så ganges $f(x)$ med tallet k^a (63) $f(k \cdot x) = k^a \cdot f(x)$

En relativ ændring r_x i x -værdien
medfører en relativ ændring r_y
i y -værdien (64) $1 + r_y = (1 + r_x)^a$

Andengradspolynomier

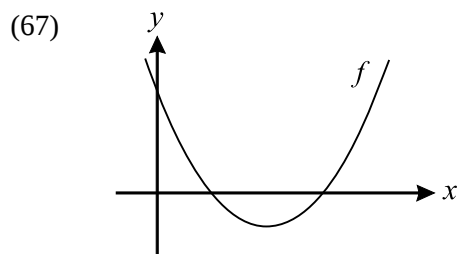
Forskrift for et andengradspolynomium f

$$(65) \quad f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Diskriminant d

$$(66) \quad d = b^2 - 4a \cdot c$$

Grafen for et andengradspolynomium f kaldes en parabel



Betydning af a for parabeln

- (68) a fortæller, om parablens grene:
- vender opad ($a > 0$)
 - vender nedad ($a < 0$)

Betydning af b for parabeln

- (69) b er tangenthældningen i parablens skæringspunkt med y -aksen

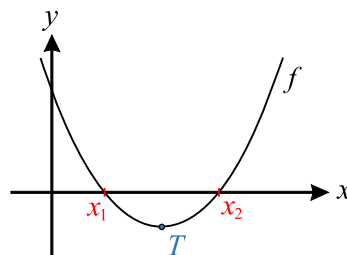
Betydning af c for parabeln

- (70) c er y -koordinaten til parablens skæringspunkt med y -aksen

Betydning af d for parabeln

- (71) d fortæller, om parabeln:
- skærer x -aksen to gange ($d > 0$)
 - rører x -aksen én gang ($d = 0$)
 - ikke skærer x -aksen ($d < 0$)

På ovenstående figur er
 $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ og $d > 0$.



Rødder (nulpunkter) for f

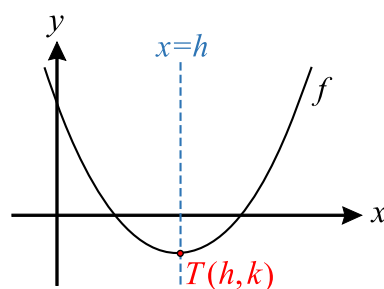
$$(72) \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{d}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b + \sqrt{d}}{2a} \end{aligned}$$

Toppunkt T

$$(73) \quad T\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a}\right)$$

Faktorisering af et andengrads-
polynomium f med rødderne
 x_1 og x_2

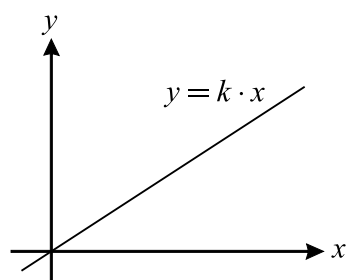
$$(74) \quad f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$



Forskrift for et andengrads-
polynomium f , hvis graf er en
parabel med toppunkt $T(h,k)$

$$(75) \quad f(x) = a \cdot (x - h)^2 + k$$

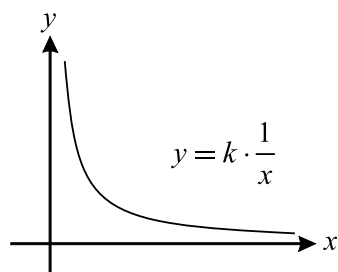
Proportionalitet



y er ligefrem proportional med x
med proportionalitetsfaktor k

$$(76) \quad y = k \cdot x$$

$$(77) \quad \frac{y}{x} = k$$



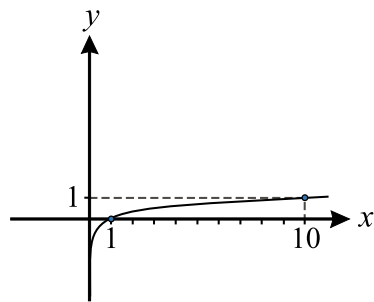
x og y er omvendt proportionale

$$(78) \quad y = k \cdot \frac{1}{x}$$

$$(79) \quad x \cdot y = k$$

Logaritmefunktioner

10-talslogaritmen



Grafen for funktionen $\log(x)$

$$(80) \quad \log(1) = 0$$

$$(81) \quad \log(10) = 1$$

$$(82) \quad \log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

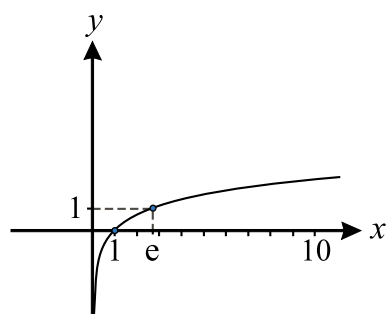
$$(83) \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

$$(84) \quad \log(a^x) = x \cdot \log(a)$$

$$(85) \quad \log(10^x) = x$$

$$(86) \quad 10^{\log(x)} = x$$

Den naturlige logaritme



Grafen for funktionen $\ln(x)$

$$(87) \quad \ln(1) = 0$$

$$(88) \quad \ln(e) = 1$$

$$(89) \quad \ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$$

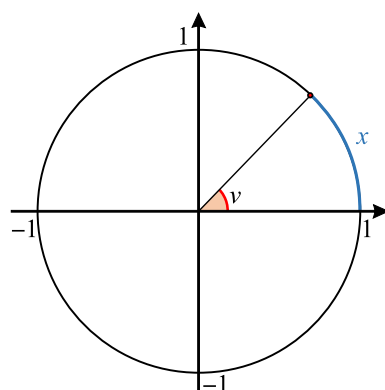
$$(90) \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$(91) \quad \ln(a^x) = x \cdot \ln(a)$$

$$(92) \quad \ln(e^x) = x$$

$$(93) \quad e^{\ln(x)} = x$$

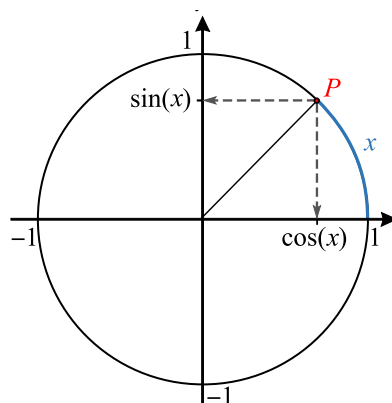
Trigonometriske funktioner



Gradtal v omsat til radianttal x (94) $x = \frac{\pi}{180} \cdot v$ radian

Radiantal x omsat til gradtal v (95) $v = \frac{180}{\pi} \cdot x$ grader

Definition af $\cos(x)$ og $\sin(x)$ (96)
 Retningspunktet P har
 koordinatsættet $(\cos(x), \sin(x))$

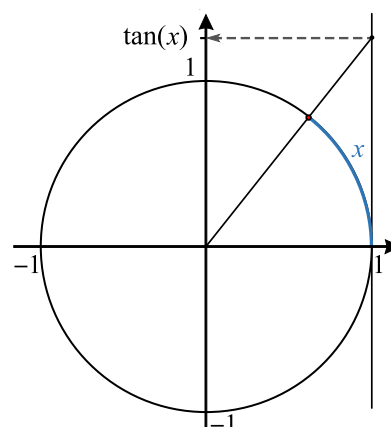


Definition af $\tan(x)$

$$(97) \quad \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

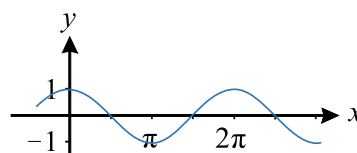
Aflæsning af $\tan(x)$

(98)



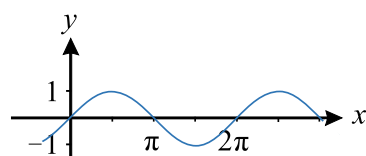
Graf for cosinus

(99)



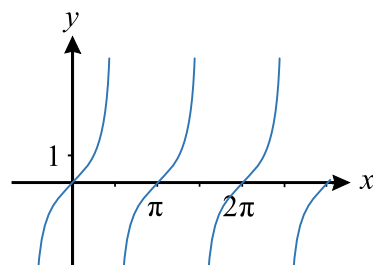
Graf for sinus

(100)



Graf for tangens

(101)



Udvalgte funktionsværdier
for $\cos$, $\sin$ og $\tan$ (102)

gradtal	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
radiantal	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
$\cos$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	1
$\sin$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0
$\tan$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	0

Grundrelation mellem
 $\cos(x)$ og $\sin(x)$ (103) $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

Overgangsformler (104) $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$

(105) $\cos(-x) = \cos(x)$

(106) $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$

(107) $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$

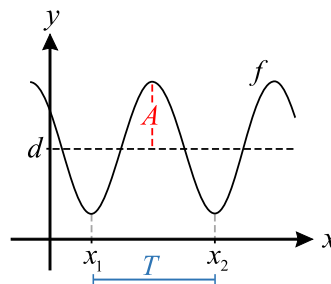
(108) $\sin(-x) = -\sin(x)$

(109) $\sin(\pi - x) = \sin(x)$

Harmonisk svingning

$$(110) \quad f(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \varphi) + d$$

(111)



Aflæsning af amplitude A ,
ligevægtsværdi d og periode
(svingningstid) T

$$(112) \quad T = x_2 - x_1$$

Beregning af periode
(svingningstid) T

$$(113) \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Regression

Tabel med observerede
datapunkter

(114)

x	x_1	x_2	$\dots$	x_n
y	y_1	y_2	$\dots$	y_n

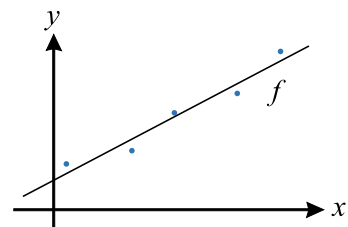
Lineær regressionsmodel

(115)

Den model $f(x) = a \cdot x + b$,
som passer bedst til datapunkterne

Punktplot og regressionslinje

(116)



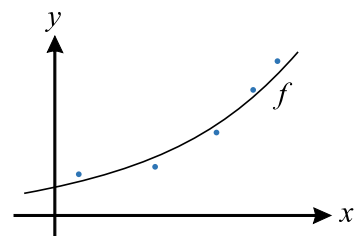
Regressionsmodel

(117)

Den model $y = f(x)$, som passer
bedst til datapunkterne

Punktplot og graf for
regressionsmodel

(118)



Afvielser

Modelværdien y_{model} hørende
til x_0 i modellen f

$$(119) \quad y_{\text{model}} = f(x_0)$$

Absolut afvigelse Δy mellem
observeret værdi y_{obs} og
modelværdi y_{model}

$$(120) \quad \Delta y = y_{\text{obs}} - y_{\text{model}}$$

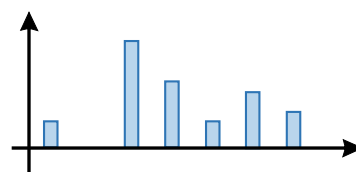
Relativ afvigelse r mellem
observeret værdi y_{obs} og
modelværdi y_{model}

$$(121) \quad r = \frac{y_{\text{obs}} - y_{\text{model}}}{y_{\text{model}}}$$

Ugrupperede observationer

Søjlediagram

(122)

Median m

(123)

Observationerne sorteres efter størrelse.

Hvis antallet af observationer er ulige, så er m værdien af den midterste observation.

$m = 5$

2 3 4 5 5 8 8 8 11

Hvis antallet af observationer er lige, så er m gennemsnittet af de to midterste observationer.

$m = \frac{8+5}{2} = 6,5$

2 3 4 5 5 8 8 8 11 13

Nedre kvartil Q_1

(124)

Q_1 er medianen for de observationer, der ligger til venstre for medianen m .

Q_1 m

2 3 4 5 5 8 8 8 11

Øvre kvartil Q_3

(125)

Q_3 er medianen for de observationer, der ligger til højre for medianen m .

m Q_3

2 3 4 5 5 8 8 8 11 13

Observationen min (126) min : mindste observation

Observationen max (127) max : største observation

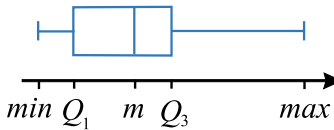
Variationsbredde VB (128) $VB = max - min$

Kvartilbredde KB (129) $KB = Q_3 - Q_1$

Kvartilsæt (130) (Q_1, m, Q_3)

Udvidet kvartilsæt (131) (min, Q_1, m, Q_3, max)

Boksplot (132)



Middelværdi (gennemsnit) $\bar{x}$ for observationssættet $x_1, x_2, \dots, x_n$ (133)
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

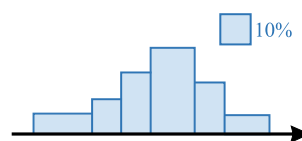
Spredning σ for observationssættet $x_1, x_2, \dots, x_n$ (134)
$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

Grupperede observationer

Histogram

(135)

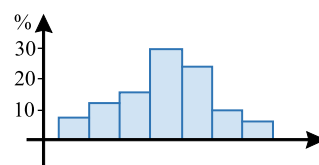
Arealet af en blok svarer til
intervallets frekvens



Histogram med ens
intervallængder

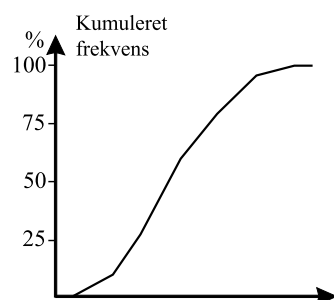
(136)

Højden af en blok svarer til
intervallets frekvens



Sumkurve

(137)



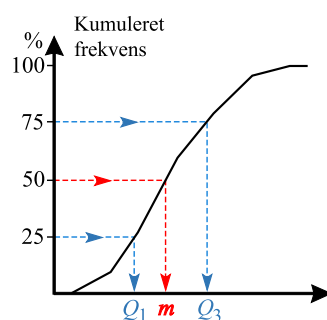
Aflæsning af kvartiler:

(138)

Q_1 : nedre kvartil (25 %-fraktilen)

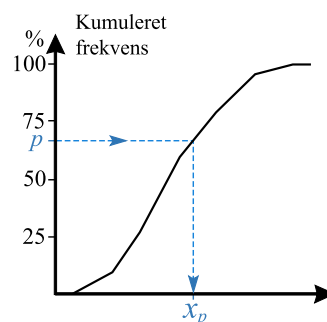
m : median (50 %-fraktilen)

Q_3 : øvre kvartil (75 %-fraktilen)



Aflæsning af p %-fraktilen x_p

(139)



Kombinatorik

Additionsprincip (140) $m + n$

Antal måder, man kan vælge *enten*
ét element fra en mængde M *eller*
ét element fra en mængde N , hvor
 M består af m elementer, og N
består af n elementer

Multiplikationsprincip (141) $m \cdot n$

Antal måder, man kan vælge *både*
ét element fra en mængde M *og*
ét element fra en mængde N , hvor
 M består af m elementer, og N
består af n elementer

n fakultet (142) $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$

$0! = 1$

Kombinationer

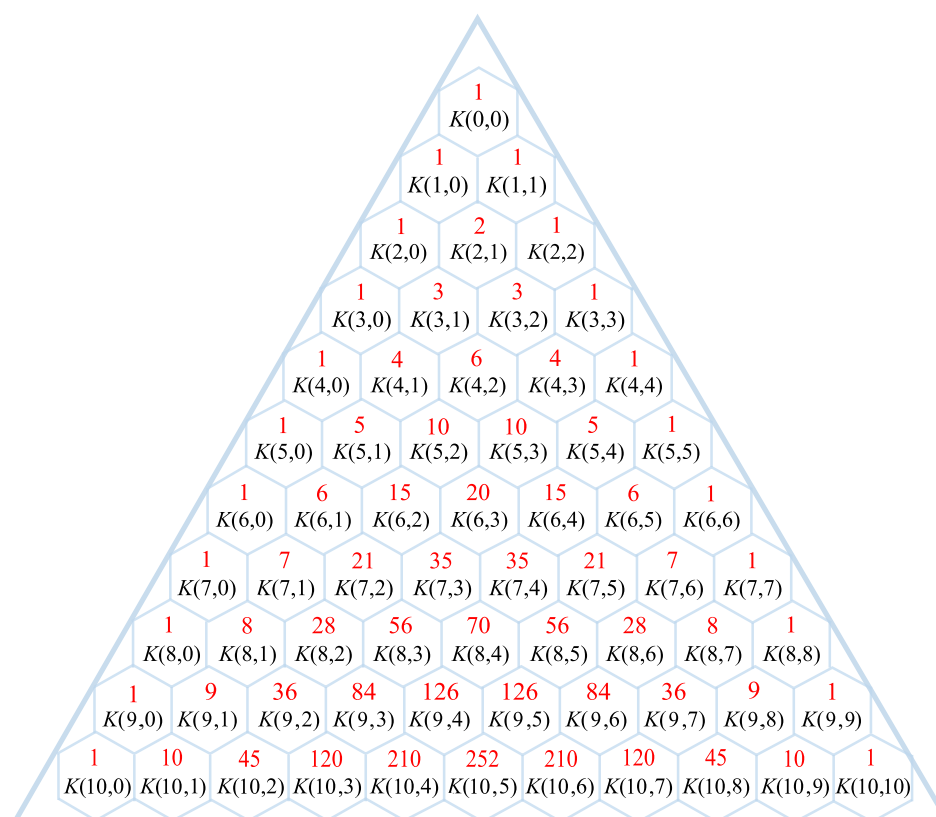
$$(143) \quad K(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

Antal måder $K(n, r)$, man kan
vælge r elementer blandt i alt n
elementer, når rækkefølgen *ikke*
har betydning

Pascals trekant

Aflæsning af $K(n, r)$

(144)



Sandsynlighedsregning

Sandsynlighedsfelt med udfaldsrum U og sandsynlighedsfunktion P	(145)	(U, P)										
Udfaldsrum U med n udfald	(146)	Mængden af alle udfald $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$										
Sandsynlighedstabel	(147)	<table><tr><td>Udfald</td><td>u_1</td><td>u_2</td><td>$\dots$</td><td>u_n</td></tr><tr><td>Sandsynlighed</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>$\dots$</td><td>p_n</td></tr></table>	Udfald	u_1	u_2	$\dots$	u_n	Sandsynlighed	p_1	p_2	$\dots$	p_n
Udfald	u_1	u_2	$\dots$	u_n								
Sandsynlighed	p_1	p_2	$\dots$	p_n								
Summen af alle sandsynligheder er lig med 1	(148)	$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$										
Hændelse A med k udfald fra U	(149)	Mængden af de k udfald $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$										
Sandsynlighed for hændelse A	(150)	Summen af de k udfalds sandsynligheder $P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$										
Sandsynligheden for <i>enten</i> hændelse A <i>eller</i> hændelse B , når de to hændelser ikke har noget fælles udfald	(151)	$P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B)$										
Sandsynligheden for <i>både</i> hændelse A <i>og</i> hændelse B , når de to hændelser er uafhængige	(152)	$P(A \text{ og } B) = P(A) \cdot P(B)$										

Symmetrisk sandsynlighedsfelt

Alle sandsynligheder er lige store	(153)	$p_1 = p_2 = \dots = p_n = \frac{1}{n}$
Sandsynligheden for hændelse A , der består af k udfald	(154)	$P(A) = \frac{k}{n}$ $P(A) = \frac{\text{antal gunstige udfald}}{\text{antal mulige udfald}}$

Stokastisk variabel

Tabel over sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X

(155)

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n

Middelværdi $\mu = E(X)$ af en stokastisk variabel X

(156)

$$\mu = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

Varians $\text{Var}(X)$ af en stokastisk variabel X

(157)

$$\text{Var}(X) = (x_1 - \mu)^2 \cdot p_1 + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot p_n$$

Spredning $\sigma = \sigma(X)$ af en stokastisk variabel X

(158)

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Binomialfordeling

Binomialfordelt stokastisk variabel X med antalsparameter n og sandsynlighedsparameter p

(159)

$$X \sim b(n, p)$$

Binomialkoefficient $K(n, r)$ (se Pascals trekant)

(160)

$$K(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

Sandsynlighedsfunktion for en binomialfordelt stokastisk variabel X

(161)

$$P(X = r) = K(n, r) \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$$

Middelværdi μ

(162)

$$\mu = n \cdot p$$

Spredning σ

(163)

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

Binomialtest

Nulhypotese $H_0: p = p_0$

Stikprøvestørrelse n

Hvis nulhypotesen H_0 er sand, er $X \sim b(n, p_0)$

Med et signifikansniveau på 5 % gælder følgende:

Observationen x ligger i den venstre del af det kritiske område,
hvis $P(X \leq x) \leq 2,5 \%$

Observationen x ligger i den højre del af det kritiske område,
hvis $P(X \geq x) \leq 2,5 \%$

Acceptområdet består af de observationer, der ikke ligger i det kritiske område

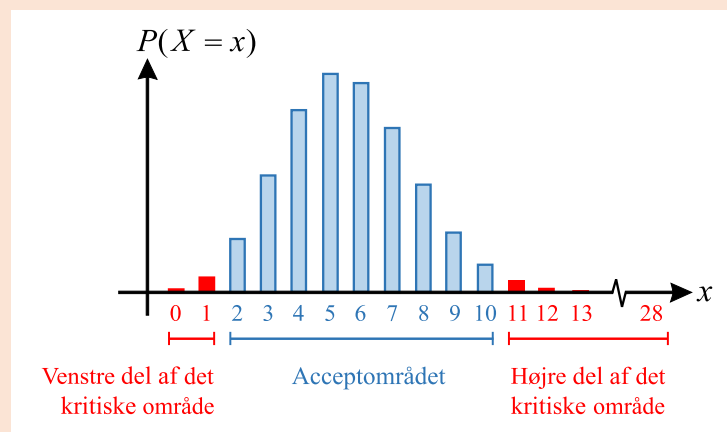
Hvis observationen ligger i det kritiske område, forkastes nulhypotesen

Hvis observationen ligger i acceptområdet, forkastes nulhypotesen ikke

Eksempel:

Nulhypotese $H_0: p = 0,2$

Stikprøvestørrelse $n = 28$



Acceptområdet er $\{2, 3, \dots, 9, 10\}$,

og det kritiske område består af $\{0, 1\}$ og $\{11, 12, \dots, 27, 28\}$

Normalfordelt stokastisk variabel

Normalfordelt stokastisk variabel X med middelværdi μ og spredning σ

(164) $X \sim N(\mu, \sigma)$

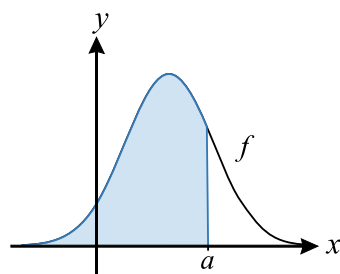
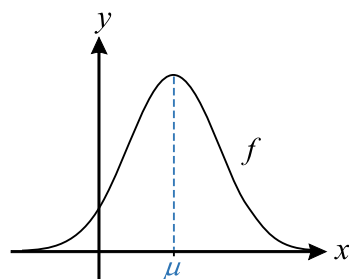
Normalfordelingens tæthedsfunktion

Forskrift for tæthedsfunktion (frekvensfunktion) f for en normalfordelt stokastisk variabel X med middelværdi μ og spredning σ

(165)
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

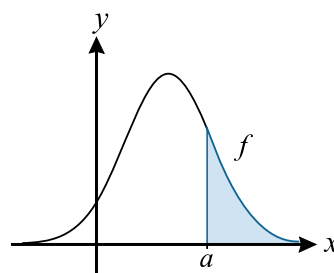
Graf for tæthedsfunktion
Aflæsning af middelværdi μ

(166)



Sandsynligheden for, at X er mindre end eller lig med a

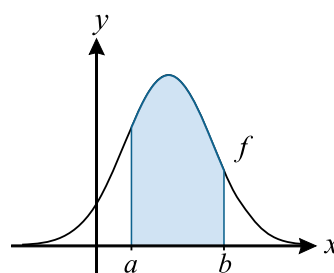
(167)
$$P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$



Sandsynligheden for, at X er større end eller lig med a

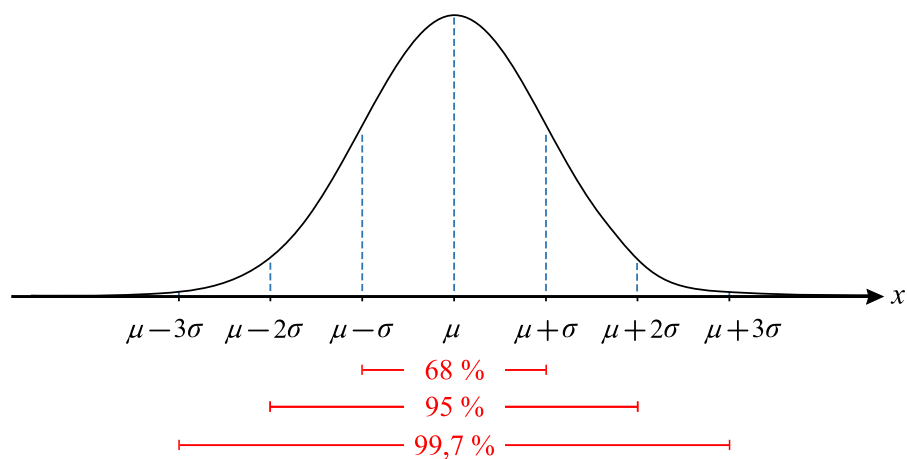
$$(168) \quad P(X \geq a) = \int_a^{\infty} f(x) dx$$

$$(169) \quad P(X \geq a) = 1 - P(X \leq a)$$



Sandsynligheden for, at X ligger mellem a og b

$$(170) \quad P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$



Sandsynligheden for, at X ligger inden for én spredning fra middelværdien (171) $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,68$

Sandsynligheden for, at X ligger inden for to spredninger fra middelværdien (172) $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 0,95$

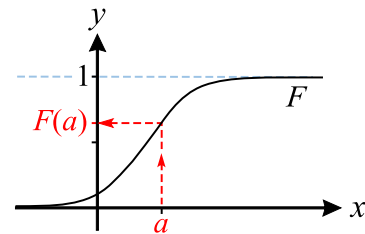
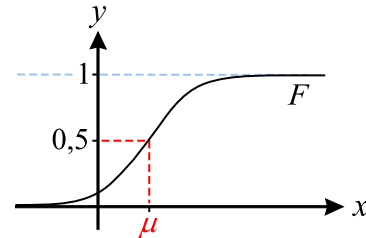
Sandsynligheden for, at X ligger inden for tre spredninger fra middelværdien (173) $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = 0,997$

Normalfordelingens fordelingsfunktion

Forskrift for fordelingsfunktion F (174)
$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$$

 for en normalfordelt stokastisk variabel X med middelværdi μ og spredning σ

Graf for fordelingsfunktion (175)
 Aflæsning af middelværdi μ

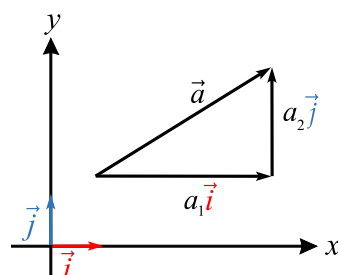


Sandsynligheden for, at X er mindre end eller lig med a (176)
$$P(X \leq a) = F(a)$$

Sandsynligheden for, at X er større end eller lig med a (177)
$$P(X \geq a) = 1 - F(a)$$

Sandsynligheden for, at X ligger mellem a og b (178)
$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$$

Vektorer i planen



Vektor $\vec{a}$ udtrykt ved
basisvektorer $\vec{i}$ og $\vec{j}$,
hvor $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$

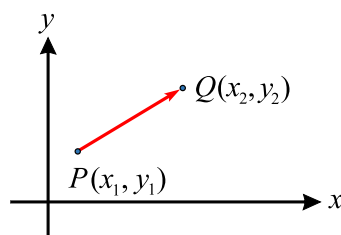
$$(179) \quad \vec{a} = a_1 \cdot \vec{i} + a_2 \cdot \vec{j}$$

Vektor $\vec{a}$ givet ved koordinater

$$(180) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

Længde af vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

$$(181) \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

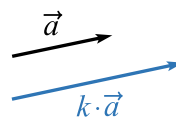


Forbindelsesvektor $\overrightarrow{PQ}$ fra
punktet $P(x_1, y_1)$ til punktet
 $Q(x_2, y_2)$

$$(182) \quad \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$$

Længde af forbindelsesvektor $\overrightarrow{PQ}$

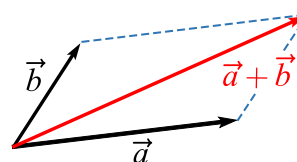
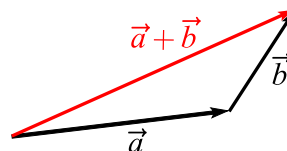
$$(183) \quad |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



Multiplikation af en vektor

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ med et tal k

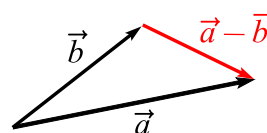
$$(184) \quad k \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix}$$



Sum af to vektorer

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$

$$(185) \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$

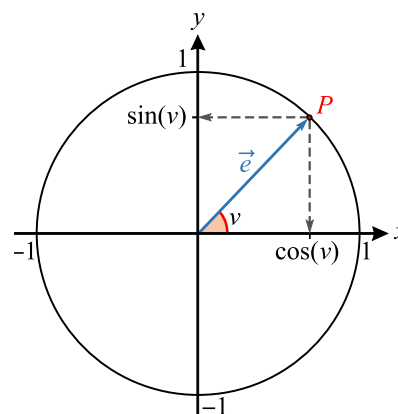


Differens mellem to vektorer

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$

$$(186) \quad \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$$

Definition af enhedsvektor $\vec{e}$ (187) $|\vec{e}|=1$



Enhedsvektor (188) $\vec{e} = \begin{pmatrix} \cos(v) \\ \sin(v) \end{pmatrix}$

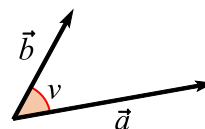
Enhedsvektoren $\vec{e}$ ensrettet med vektor $\vec{a}$ (189) $\vec{e} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

Skalarprodukt (prikprodukt) af
to vektorer $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$

$$(190) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

En vektor prikket med sig selv

$$(191) \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

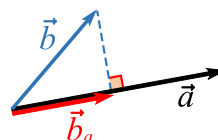


Vinkel v mellem to
vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$

$$(192) \quad \cos(v) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Ortogonale (vinkelrette) vektorer

$$(193) \quad \text{To vektorer } \vec{a} \text{ og } \vec{b} \text{ er ortogonale, netop når } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

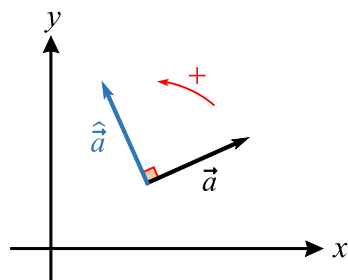


Projektion af vektor $\vec{b}$ på
vektor $\vec{a}$

$$(194) \quad \vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a}$$

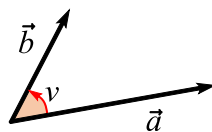
Længde af projektion

$$(195) \quad |\vec{b}_a| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|}$$



Tværvektor $\hat{\vec{a}}$ til
vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

$$(196) \quad \hat{\vec{a}} = \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$$



Determinant for vektorpar

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

$$(197) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$$

$$(198) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

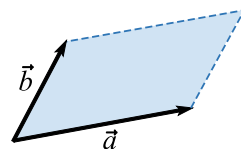
$$(199) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(v),$$

hvor v regnes med fortegn

Parallelle vektorer

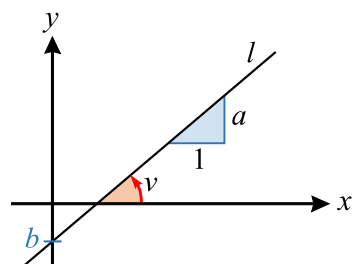
$$(200) \quad \text{To vektorer } \vec{a} \text{ og } \vec{b} \text{ er parallelle, netop når } \det(\vec{a}, \vec{b}) = 0$$

Areal af udspændt parallelogram



$$(201) \quad A = |\det(\vec{a}, \vec{b})|$$

Linjer i planen

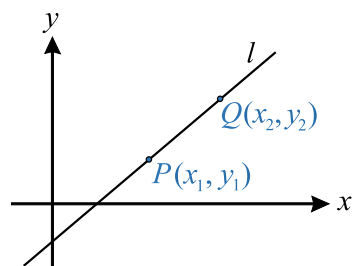


Ligning for linjen l gennem
punktet $P(0, b)$ med hældnings-
koefficient (stigningstal) a

$$(202) \quad y = a \cdot x + b$$

Hældningsvinklen v er den spidse
vinkel mellem x -aksen og linjen l
regnet med fortegn

$$(203) \quad a = \tan(v)$$



Beregning af a ud fra to punkter
 $P(x_1, y_1)$ og $Q(x_2, y_2)$ på linjen l

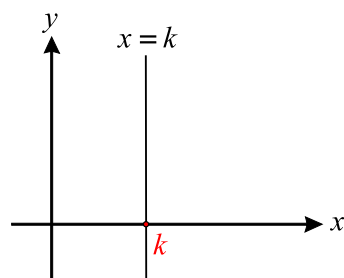
$$(204) \quad a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Beregning af b ud fra ét punkt
 $P(x_1, y_1)$ på linjen l , når a er kendt

$$(205) \quad b = y_1 - a \cdot x_1$$

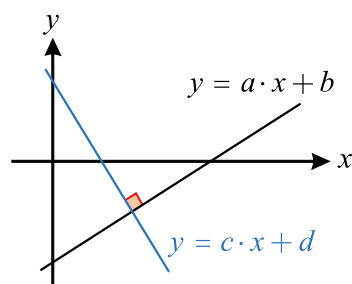
Ligning for linjen l gennem punktet
 $P(x_1, y_1)$ med hældnings-
koefficient a

$$(206) \quad y = a \cdot (x - x_1) + y_1$$



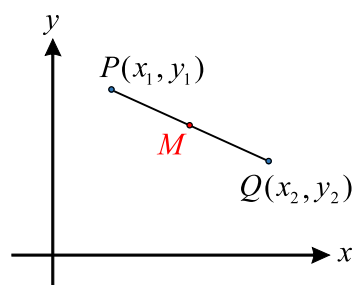
Ligning for en lodret linje

(207) $x = k$



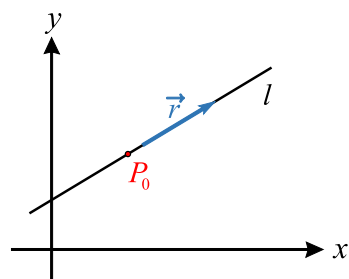
Ortogonale (vinkelrette) linjer

(208) To linjer er ortogonale, netop når $a \cdot c = -1$



Midtpunkt M for linjestykke PQ

(209) $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$



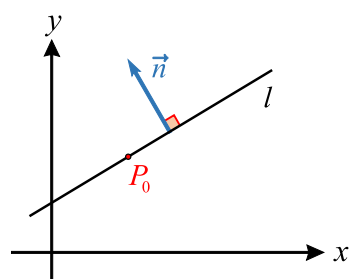
Parameterfremstilling for linjen l

(210)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$$

gennem punktet $P_0(x_0, y_0)$ med

retningsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$



Ligning for linjen l gennem

(211)

$$a \cdot (x - x_0) + b \cdot (y - y_0) = 0$$

punktet $P_0(x_0, y_0)$ med

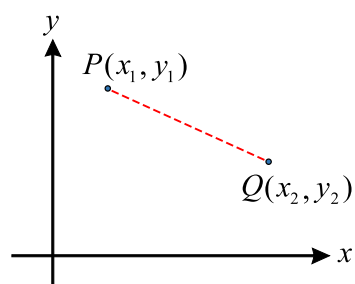
(212)

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0,$$

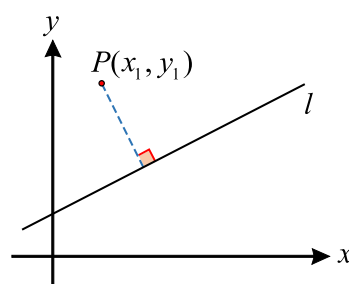
normalvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

hvor $c = -a \cdot x_0 - b \cdot y_0$

Afstande i planen



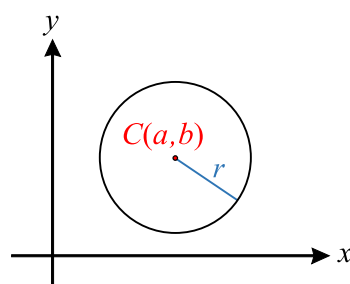
Afstand $|PQ|$ mellem to punkter $P(x_1, y_1)$ og $Q(x_2, y_2)$ (213) $|PQ| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$



Afstand $\text{dist}(P, l)$ fra punktet $P(x_1, y_1)$ til linjen l med ligning $y = a \cdot x + b$ (214) $\text{dist}(P, l) = \frac{|a \cdot x_1 + b - y_1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$

Afstand $\text{dist}(P, l)$ fra punktet $P(x_1, y_1)$ til linjen l med ligning $a \cdot x + b \cdot y + c = 0$ (215) $\text{dist}(P, l) = \frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

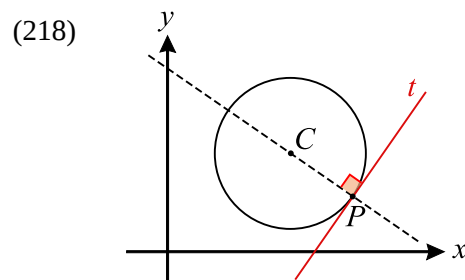
Cirkler



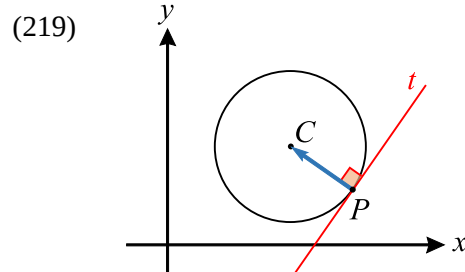
Ligning for cirkel med centrum i $C(a, b)$ og radius r (216) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Parameterfremstilling for cirkel med centrum i $C(a, b)$ og radius r (217)
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot \cos(t) \\ r \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$$

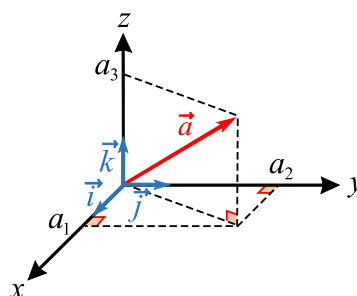
Cirkeltangent
Tangenten t til cirklen i
røringspunktet P står vinkelret på
linjen gennem C og P



Cirkeltangent
Tangenten t til cirklen i
røringspunktet P har vektoren
 $\overrightarrow{PC}$ som normalvektor



Vektorer i rummet



Vektor $\vec{a}$ udtrykt ved
basisvektorer $\vec{i}$, $\vec{j}$ og $\vec{k}$,
hvor $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$

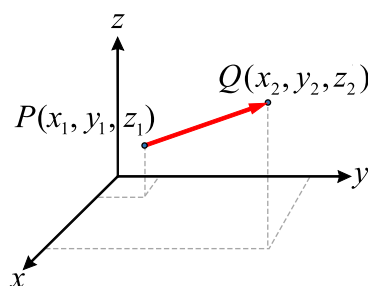
$$(220) \quad \vec{a} = a_1 \cdot \vec{i} + a_2 \cdot \vec{j} + a_3 \cdot \vec{k}$$

Vektor $\vec{a}$ givet ved
koordinater

$$(221) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

Længde af vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$

$$(222) \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$



Forbindelsesvektor $\overrightarrow{PQ}$
fra punktet $P(x_1, y_1, z_1)$
til punktet $Q(x_2, y_2, z_2)$

$$(223) \quad \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix}$$

Længde af
forbindelsesvektor $\overrightarrow{PQ}$

$$(224) \quad |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Multiplikation af en vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \text{ med et tal } k \quad (225) \quad k \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \\ k \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

Sum af to vektorer

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad (226) \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

Differens mellem to vektorer

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad (227) \quad \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$$

Definition af enhedsvektor $\vec{e}$

$$(228) \quad |\vec{e}| = 1$$

Enhedsvektoren $\vec{e}$ ensrettet med vektor $\vec{a}$

$$(229) \quad \vec{e} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

Skalarprodukt (prikprodukt) af
to vektorer $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$

$$(230) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

En vektor prikket med sig selv

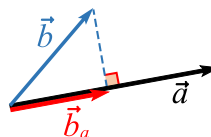
$$(231) \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

Vinkel v mellem to
vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$

$$(232) \quad \cos(v) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Ortogonale (vinkelrette) vektorer

$$(233) \quad \text{To vektorer } \vec{a} \text{ og } \vec{b} \text{ er ortogonale, netop når } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

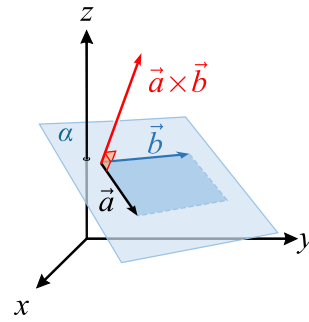


Projektion af vektor $\vec{b}$ på
vektor $\vec{a}$

$$(234) \quad \vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a}$$

Længde af projektion

$$(235) \quad |\vec{b}_a| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|}$$



Vektorprodukt (krydsprodukt) af
to vektorer $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$

$$(236) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

Længde af vektorprodukt

$$(237) \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(v),$$

hvor v er vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$

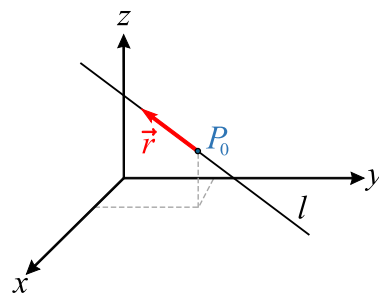
Parallelle vektorer

$$(238) \quad \text{To vektorer } \vec{a} \text{ og } \vec{b} \text{ er parallelle, netop når } \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$$

Areal A af parallelogram
udspændt af $\vec{a}$ og $\vec{b}$

$$(239) \quad A = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

Linjer i rummet

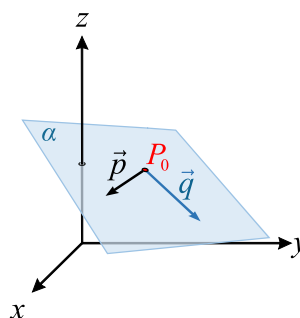


Parameterfremstilling for linje l
gennem punkt $P_0(x_0, y_0, z_0)$ med

retningsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$

$$(240) \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$$

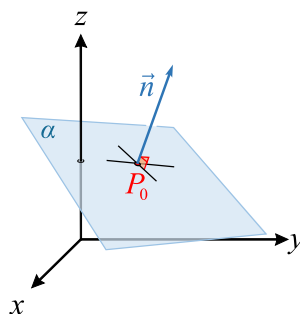
Planer i rummet



Parameterfremstilling for
plan α gennem punkt
 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ udspændt
af vektorerne

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

$$(241) \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$



Ligning for plan α gennem
punkt $P_0(x_0, y_0, z_0)$ med

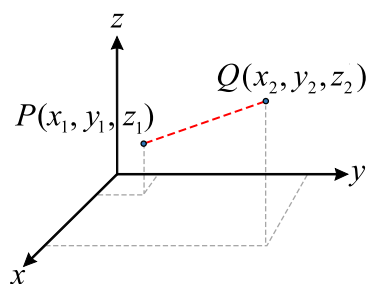
normalvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$$(242) \quad a \cdot (x - x_0) + b \cdot (y - y_0) + c \cdot (z - z_0) = 0$$

$$(243) \quad a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0,$$

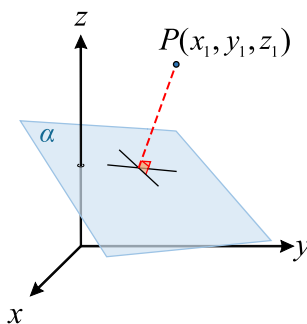
hvor $d = -a \cdot x_0 - b \cdot y_0 - c \cdot z_0$

Afstande i rummet



Afstand $|PQ|$ mellem to
punkter $P(x_1, y_1, z_1)$ og
 $Q(x_2, y_2, z_2)$

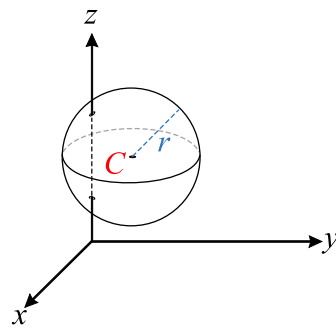
$$(244) \quad |PQ| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



Afstand $\text{dist}(P, \alpha)$ fra
punktet $P(x_1, y_1, z_1)$ til
planen α med ligningen
 $a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0$

$$(245) \quad \text{dist}(P, \alpha) = \frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c \cdot z_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Kugler

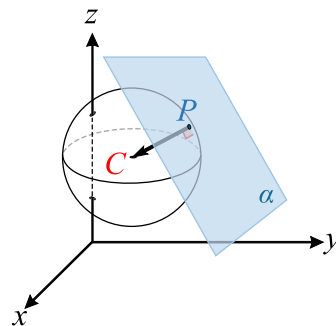


Ligning for kugle med
centrum i $C(x_0, y_0, z_0)$ og
radius r

$$(246) \quad (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$

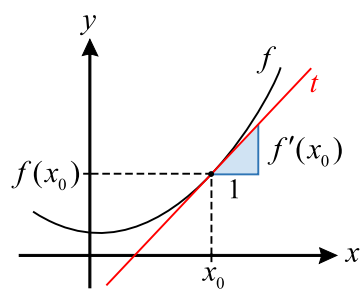
Tangentplan til kugle
Tangentplanen α til kuglen i
røringspunktet P har vektoren
 $\overrightarrow{PC}$ som normalvektor

(247)



Differentialkvotient

Differentialkvotienten $f'(x_0)$ er (248)
 hældningen for tangenten t til
 grafen for f i punktet $P(x_0, f(x_0))$



Eksempel på $f'(x_0)$ som en (249)
 væksthastighed

$f(x)$ angiver vægten (målt i kg)
 af et dyr, når det er x måneder
 gammelt

$f'(5)$ angiver væksthastigheden
 (målt i kg pr. måned) af dyrets
 vægt, når det er 5 måneder
 gammelt

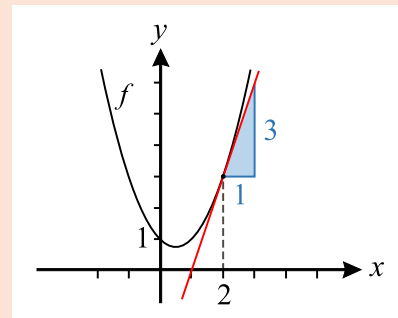
Hvis $f'(5) = 0,31$, betyder det, at
 dyrets vægt vokser med en
 hastighed på 0,31 kg pr. måned,
 når dyret er 5 måneder gammelt

Beregning af $f'(2)$

(250) Hvis $f(x) = x^2 - x + 1$,
så er $f'(x) = 2x - 1$,
og dermed er
 $f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

Aflæsning af $f'(2)$

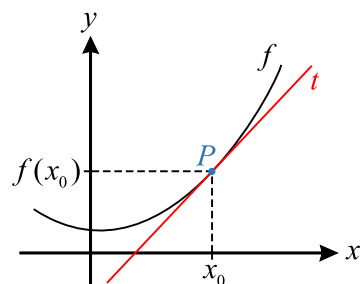
(251)

Ved aflæsning får man $f'(2) = 3$ Ligning med $f'(x)$

(252) Hvis $f(x) = x^2 - x + 1$,
så er $f'(x) = 2x - 1$.
Ligningen $f'(x) = 3$
svarer dermed til ligningen
 $2x - 1 = 3$

Tangentligning

Tangenten t til grafen for f i punktet $P(x_0, f(x_0))$ (253)



Ligning for tangenten t til grafen for f i punktet $P(x_0, f(x_0))$ (254)

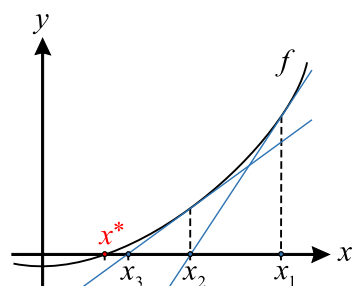
$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

eller

$$y = a \cdot x + b, \text{ hvor}$$

$$a = f'(x_0) \text{ og } b = f(x_0) - a \cdot x_0$$

Newtons metode



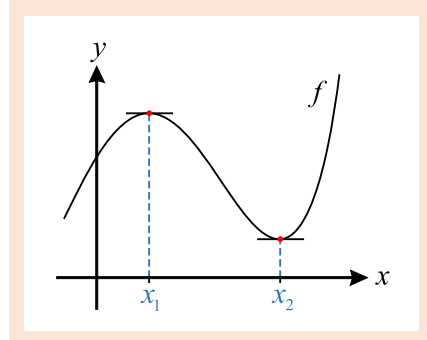
Newtons metode til bestemmelse af nulpunkt x^* (255)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Monotoniforhold og lokale ekstrema

Monotoniforhold

- (256) Opdeling af en funktions definitionsmængde i intervaller, hvor funktionen enten er voksende eller aftagende

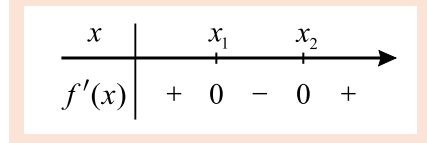


Vandret tangent

- (257) For at bestemme x -værdien til hvert af de punkter, hvor grafen for f har vandret tangent, løses ligningen $f'(x) = 0$

Fortegnslinje for $f'(x)$

- (258)

Monotoniforhold for f

- (259) Funktionen f er voksende i intervallerne $]-\infty; x_1]$ og $[x_2; \infty[$ og aftagende i intervallet $[x_1; x_2]$

Lokalt ekstremum
(maksimum/minimum) for f

- (260) Funktionen f har lokalt maksimum $f(x_1)$ i x_1 og lokalt minimum $f(x_2)$ i x_2

Afledede funktioner

		Funktion $f(x)$	Afledet funktion $f'(x)$
Lineære funktioner	(261)	k	0
	(262)	x	1
	(263)	$a \cdot x$	a
Ekspontentialfunktioner	(264)	e^x	e^x
	(265)	$e^{k \cdot x}$	$k \cdot e^{k \cdot x}$
	(266)	a^x	$a^x \cdot \ln(a)$
Potensfunktioner	(267)	x^a	$a \cdot x^{a-1}$
	(268)	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
	(269)	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Logaritmefunktion	(270)	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
Trigonometriske funktioner	(271)	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
	(272)	$\sin(x)$	$\cos(x)$

Regneregler for differentiation

Konstant gange funktion (273) $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$

Eksempel:

Hvis $f(x) = 4 \cdot x^2$,

så er $f'(x) = 4 \cdot 2x = 8x$

Sum (274) $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

Eksempel:

Hvis $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$,

så er $f'(x) = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Differens (275) $(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$

Eksempel:

Hvis $f(x) = x^2 - \sqrt{x}$,

så er $f'(x) = 2x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Produkt (276) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

Eksempel:

Hvis $f(x) = e^{3x} \cdot \ln(x)$,

så er $f'(x) = 3e^{3x} \cdot \ln(x) + e^{3x} \cdot \frac{1}{x}$

Sammensat funktion (277) $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Eksempel:

Hvis $f(x) = (x^2 + 3x - 1)^4$,

så er $f'(x) = 4 \cdot (x^2 + 3x - 1)^3 \cdot (2x + 3)$

Kvotient (278) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$

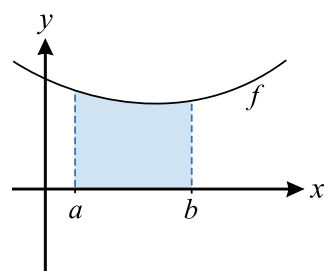
Stamfunktioner

		Funktion $f(x)$	Stamfunktion $F(x)$
Lineære funktioner	(279)	k	$k \cdot x$
	(280)	x	$\frac{1}{2}x^2$
	(281)	$a \cdot x$	$\frac{a}{2} \cdot x^2$
Eksponentialfunktioner	(282)	e^x	e^x
	(283)	$e^{k \cdot x}$	$\frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x}$
	(284)	a^x	$\frac{a^x}{\ln(a)}$
Potensfunktioner	(285)	x^a	$\frac{1}{a+1} \cdot x^{a+1}$
	(286)	$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$
	(287)	$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x\sqrt{x}$
Logaritmfunktion	(288)	$\ln(x)$	$x \cdot \ln(x) - x$
Trigonometriske funktioner	(289)	$\cos(x)$	$\sin(x)$
	(290)	$\sin(x)$	$-\cos(x)$

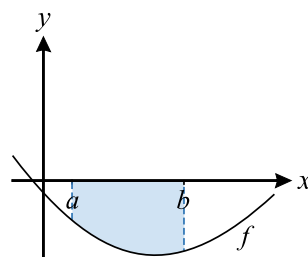
Regneregler for integration

Ubestemt integral	(291)	$\int f(x) dx = F(x) + k,$ hvor F er en stamfunktion til f
Konstant gange funktion	(292)	$\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$
Sum	(293)	$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
Differens	(294)	$\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$
Integration ved substitution	(295)	$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(t) dt, \text{ hvor } t = g(x)$
Bestemt integral	(296)	$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a),$ hvor F er en stamfunktion til f
Indskudsreglen	(297)	$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$
Konstant gange funktion	(298)	$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$
Sum	(299)	$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
Differens	(300)	$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$
Integration ved substitution	(301)	$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(t) dt =$ $[F(t)]_{g(a)}^{g(b)} = F(g(b)) - F(g(a)),$ hvor $t = g(x)$, og F er en stamfunktion til f

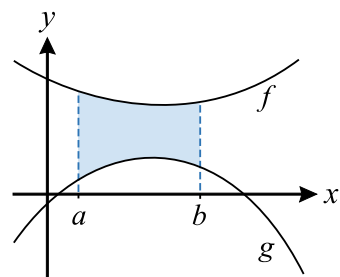
Areal og rumfang



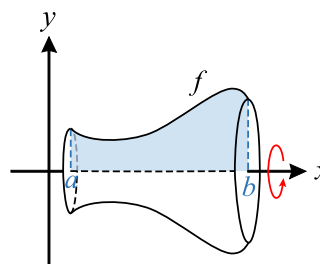
Areal af det markerede område (302) $A = \int_a^b f(x) dx$



Areal af det markerede område (303) $A = -\int_a^b f(x) dx$

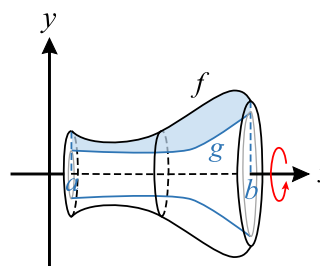


Areal af det markerede område (304) $A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$



Rumfang V af
omdrejningslegeme

$$(305) \quad V = \pi \cdot \int_a^b f(x)^2 dx$$



Rumfang V af hult
omdrejningslegeme

$$(306) \quad V = \pi \cdot \int_a^b f(x)^2 dx - \pi \cdot \int_a^b g(x)^2 dx$$

Differentialligninger

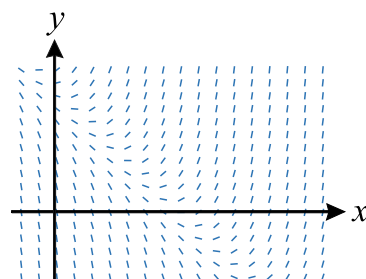
	Differentialligning	Løsning
	(307) $y' = h(x)$	$y = \int h(x) dx$
Ekspontiel vækst	(308) $y' = k \cdot y$	$y = c \cdot e^{k \cdot x}$
Forskudt eksponentiel vækst	(309) $y' = b - a \cdot y$	$y = \frac{b}{a} + c \cdot e^{-a \cdot x}$
Logistisk vækst	(310) $y' = a \cdot y \cdot (M - y)$	$y = \frac{M}{1 + c \cdot e^{-a \cdot M \cdot x}}$
Logistisk vækst	(311) $y' = y \cdot (b - a \cdot y)$	$y = \frac{\frac{b}{a}}{1 + c \cdot e^{-b \cdot x}}$
Separabel differentialligning	(312) $y' = h(x) \cdot g(y)$	$\int \frac{1}{g(y)} dy = \int h(x) dx$

Linjeelement

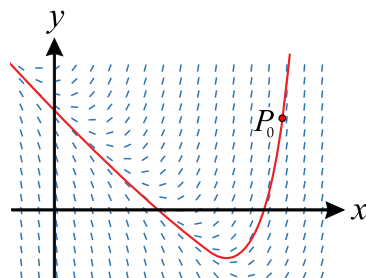
(313) (x_0, y_0, y'_0)

Hældningsfelt, linjeelementer

(314)

Løsningskurve gennem
punktet P_0

(315)



Ligningsregler

Man må lægge det samme til på begge sider (316)

$$x - b = a$$

$$x - b + b = a + b$$

$$x = a + b$$

Man må trække det samme fra på begge sider (317)

$$x + b = a$$

$$x + b - b = a - b$$

$$x = a - b$$

Man må dividere med det samme på begge sider (318)

$$b \cdot x = a$$

$$\frac{b \cdot x}{b} = \frac{a}{b}$$

$$x = \frac{a}{b}$$

Man må gange med det samme på begge sider (319)

$$\frac{x}{b} = a$$

$$\frac{x}{b} \cdot b = a \cdot b$$

$$x = a \cdot b$$

Nulreglen (320) Hvis $a \cdot b = 0$,
så er
 $a = 0$ eller $b = 0$

Eksempel:

$$\sqrt{x} \cdot (2x - 6) = 0$$

$$\sqrt{x} = 0 \text{ eller } 2x - 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ eller } 2x = 6$$

$$x = 0 \text{ eller } x = 3$$

Andengradsligninger

Andengradsligning (321) $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

Diskriminant d (322) $d = b^2 - 4a \cdot c$

Løsning af andengradsligning, (323) $x = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}$ eller $x = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a}$
hvis $d \geq 0$

Hvis $d < 0$, har andengrads-
ligningen ingen løsning

Løsning af ligningen $x^2 = k$, (324) $x^2 = k$
hvis $k \geq 0$ $x = -\sqrt{k}$ eller $x = \sqrt{k}$

Parentesregler

$$(325) \quad a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$(326) \quad -(a + b) = -a - b$$

$$(327) \quad (a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Kvadratsætninger

$$(328) \quad (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot b$$

$$(329) \quad (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b$$

$$(330) \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Brøkregler

Lægge to brøker sammen,
der har samme nævner

$$(331) \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

Trække en brøk fra en anden
brøk, hvor brøkerne har
samme nævner

$$(332) \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

Gange en brøk med et tal

$$(333) \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

Gange to brøker sammen

$$(334) \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Forlænge en brøk

$$(335) \quad \frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

Forkorte en brøk

$$(336) \quad \frac{a}{b} = \frac{a / c}{b / c}$$

Dividere en brøk
med en anden brøk

$$(337) \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Potensregneregler

$$(338) \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ gange}}$$

$$(339) \quad a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(340) \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(341) \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$(342) \quad (a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$(343) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$(344) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(345) \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$(346) \quad a^0 = 1$$

$$(347) \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

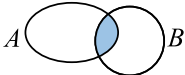
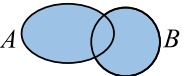
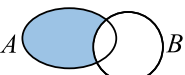
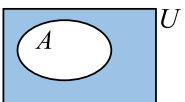
$$(348) \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(349) \quad a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$$

$$(350) \quad a^{\frac{1}{s}} = \sqrt[s]{a}$$

$$(351) \quad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

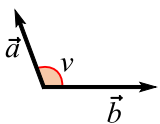
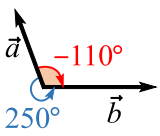
Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\{.,.,.,.\}$	mængde på listeform	$\{-5, 0, 3, 10\}, \{2, 4, 6, \dots\}$
$\mathbb{N}$	mængden af naturlige tal	$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Z}$	mængden af hele tal	$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
$\mathbb{Q}$	mængden af rationale tal	tal, der kan skrives $\frac{p}{q}$, $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}$
$\mathbb{R}$	mængden af reelle tal	alle tal på tallinjen
π	pi	$\pi = 3,14159\dots$
e	Eulers tal	$e = 2,71828\dots$
$\in$	tilhører / er element i	$2 \in \mathbb{N}$
$<$	mindre end	$a < 1$ betyder, at a er mindre end 1
$\leq$	mindre end eller lig med	$a \leq 1$ betyder, at a er mindre end eller lig med 1
$>$	større end	$a > 1$ betyder, at a er større end 1
$\geq$	større end eller lig med	$a \geq 1$ betyder, at a er større end eller lig med 1
$[a; b]$	lukket interval	$[1; 3]$ svarer til $1 \leq x \leq 3$
$]a; b]$	halvåbent interval	$]1; 3]$ svarer til $1 < x \leq 3$
$[a; b[$	halvåbent interval	$[1; 3[$ svarer til $1 \leq x < 3$
$]a; b[$	åbent interval	$]1; 3[$ svarer til $1 < x < 3$
$\times$	mængdeprodukt	$[-10; 10] \times [-5; 5]$ svarer til $-10 \leq x \leq 10$ og $-5 \leq y \leq 5$

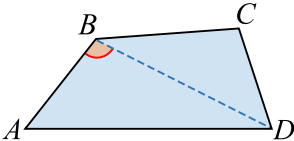
Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.	
$\cap$	fællesmængde	$A \cap B$	
$\cup$	foreningsmængde	$A \cup B$	
$\setminus$	mængdedifferens	$A \setminus B$	
$\bar{A}$	komplementærmængde	$U \setminus A$	
$\emptyset$	den tomme mængde		
	disjunkte mængder A og B	$A \cap B = \emptyset$	
$\wedge$	"og" i betydningen "både og" (konjunktion)	$x = 2 \wedge y = 5$	
$\vee$	"eller" i betydningen "og/eller" (disjunktion)	$x = 2 \vee x = 5$	
$\Rightarrow$	"medfører", "hvis ... så" (implikation)	$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$	
$\Leftrightarrow$	"ensbetydende", "hvis og kun hvis" (biimplikation)	$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$	
$\perp$	"er vinkelret på"	$l \perp m$ læses også "l og m er ortogonale"	
$\parallel$	"er parallel med"	$l \parallel m$ læses også "l og m er parallelle"	

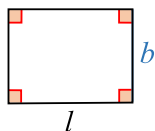
Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\text{Dm}(f)$	definitionsområdet for f	
$\text{Vm}(f)$	værdimængden for f	
$f \circ g$	sammensat funktion	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
f^{-1}	omvendt (invers) funktion	$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	grænseværdien af $f(x)$ for x gående mod x_0	$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1} = 2$
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$	grænseværdien af $f(x)$ for x gående mod ∞	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$
$f(x) \rightarrow a$ for $x \rightarrow x_0$	$f(x)$ går mod a for x gående mod x_0	$\sqrt{x+1} \rightarrow 2$ for $x \rightarrow 3$
$f(x) \rightarrow a$ for $x \rightarrow \infty$	$f(x)$ går mod a for x gående mod ∞	$\frac{1}{x} \rightarrow 0$ for $x \rightarrow \infty$
Δx	x -tilvækst fra x_1 til x_2	$\Delta x = x_2 - x_1$
$\Delta y, \Delta f$	funktionstilvækst for $y = f(x)$	$\Delta y = \Delta f = f(x) - f(x_0)$

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\frac{\Delta y}{\Delta x}, \frac{\Delta f}{\Delta x}$	differenskvotient for $y = f(x)$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ $= \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ $= \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$
$f'(x_0)$	differentialkvotient for $y = f(x)$ i x_0	$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$ $= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$
f'	afledet funktion af $y = f(x)$	betegnes også $f'(x)$, $(f(x))'$, y' $\frac{d}{dx} f(x), \frac{d}{dx}(f(x)), \frac{df}{dx}, \frac{dy}{dx}$
$f^{(n)}$	den n 'te afledede funktion af $y = f(x)$	$f^{(2)}(x)$ betegnes også $f''(x), y'', \frac{d^2 y}{dx^2}$
$\int f(x) dx$	ubestemt integral	
$\int_a^b f(x) dx$	bestemt integral	
(x_0, y_0, y'_0)	linjeelement	

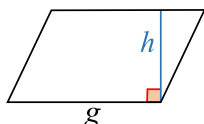
Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
a^x	eksponentialfunktion med grundtal a , $a > 0$	
e^x	den naturlige eksponentialfunktion	e^x betegnes også $\exp(x)$
x^a	potensfunktion med eksponent a	
$\log(x)$	logaritmfunktionen med grundtal 10	$y = \log(x) \Leftrightarrow x = 10^y$
$\ln(x)$	den naturlige logaritmfunktion	$y = \ln(x) \Leftrightarrow x = e^y$
$ x $	absolut (numerisk) værdi af x	$ 3 = 3$, $ -3 = 3$ $ x $ betegnes også $\text{abs}(x)$
$\sin(x)$	sinus	
$\cos(x)$	cosinus	
$\tan(x)$	tangens	$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
$\sin^{-1}(y)$	omvendt funktion til $\sin$	$\sin^{-1}(y) = x \Leftrightarrow y = \sin(x)$ $\sin^{-1}$ betegnes også Arcsin
$\cos^{-1}(y)$	omvendt funktion til $\cos$	$\cos^{-1}(y) = x \Leftrightarrow y = \cos(x)$ $\cos^{-1}$ betegnes også Arccos
$\tan^{-1}(y)$	omvendt funktion til $\tan$	$\tan^{-1}(y) = x \Leftrightarrow y = \tan(x)$ $\tan^{-1}$ betegnes også Arctan

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	basisvektorer	
$\vec{0}$	nulvektor	
$\vec{e}$	enhedsvektor	
$\vec{a}$	vektor	
$\overrightarrow{AB}$	forbindelsesvektor	
$ \vec{a} , \overrightarrow{AB} $	længde af vektor	
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	skalarprodukt, prikprodukt	betegnelsen $\vec{a} \bullet \vec{b}$ benyttes også
$\hat{\vec{a}}$	tværvektor	betegnelsen $\hat{a}$ benyttes også
$\vec{b}_a$	projektion af $\vec{b}$ på $\vec{a}$	
$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$	determinant for vektorparret $(\vec{a}, \vec{b})$	betegnelsen $\det(\vec{a}, \vec{b})$ benyttes også
$\angle(\vec{a}, \vec{b})$	vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$, hvor $0^\circ \leq v \leq 180^\circ$	
	vinklen fra $\vec{a}$ til $\vec{b}$	
$\vec{a} \times \vec{b}$	vektorprodukt, krydsprodukt	

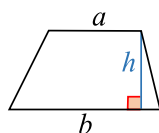
Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
AB	linjestykket AB	
$ AB $	længden af linjestykket AB	
$\widehat{AB}$	cirkelbuen $\widehat{AB}$	
$ \widehat{AB} $	længden af cirkelbuen $\widehat{AB}$	
$\angle A$	vinkel A	$\angle A = 110^\circ$ eller $A = 110^\circ$
$\angle ABD$	vinkel B i trekant ABD	
$K(n, r)$	binomialkoefficient	$K(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$
$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$	$\sum_{i=1}^4 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$

Rektangel

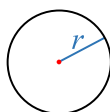
l	længde	
b	bredde	
A	areal	$A = l \cdot b$
O	omkreds	$O = 2l + 2b$

Parallelogram

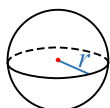
h	højde	
g	grundlinje	
A	areal	$A = h \cdot g$

Trapez

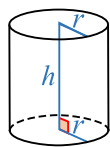
h	højde	
a, b	parallelle sider	
A	areal	$A = \frac{1}{2} h \cdot (a + b)$

Cirkel

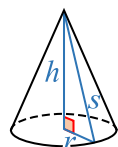
r	radius	
A	areal	$A = \pi \cdot r^2$
O	omkreds	$O = 2 \cdot \pi \cdot r$

Kugle

r	radius	
O	overflade	$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$
V	rumfang	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Cylinder

h	højde	
r	grundfladeradius	
O	krum overflade	$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$
V	rumfang	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Kegle

h	højde	
s	sidelinje	
r	grundfladeradius	
O	krum overflade	$O = \pi \cdot r \cdot s$
V	rumfang	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

Trigonometritabel

v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$	v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$
0°	1,000	0,000	0,000	46°	0,695	0,719	1,036
1°	1,000	0,017	0,017	47°	0,682	0,731	1,072
2°	0,999	0,035	0,035	48°	0,669	0,743	1,111
3°	0,999	0,052	0,052	49°	0,656	0,755	1,150
4°	0,998	0,070	0,070	50°	0,643	0,766	1,192
5°	0,996	0,087	0,087	51°	0,629	0,777	1,235
6°	0,995	0,105	0,105	52°	0,616	0,788	1,280
7°	0,993	0,122	0,123	53°	0,602	0,799	1,327
8°	0,990	0,139	0,141	54°	0,588	0,809	1,376
9°	0,988	0,156	0,158	55°	0,574	0,819	1,428
10°	0,985	0,174	0,176	56°	0,559	0,829	1,483
11°	0,982	0,191	0,194	57°	0,545	0,839	1,540
12°	0,978	0,208	0,213	58°	0,530	0,848	1,600
13°	0,974	0,225	0,231	59°	0,515	0,857	1,664
14°	0,970	0,242	0,249	60°	0,500	0,866	1,732
15°	0,966	0,259	0,268	61°	0,485	0,875	1,804
16°	0,961	0,276	0,287	62°	0,469	0,883	1,881
17°	0,956	0,292	0,306	63°	0,454	0,891	1,963
18°	0,951	0,309	0,325	64°	0,438	0,899	2,050
19°	0,946	0,326	0,344	65°	0,423	0,906	2,145
20°	0,940	0,342	0,364	66°	0,407	0,914	2,246
21°	0,934	0,358	0,384	67°	0,391	0,921	2,356
22°	0,927	0,375	0,404	68°	0,375	0,927	2,475
23°	0,921	0,391	0,424	69°	0,358	0,934	2,605
24°	0,914	0,407	0,445	70°	0,342	0,940	2,747
25°	0,906	0,423	0,466	71°	0,326	0,946	2,904
26°	0,899	0,438	0,488	72°	0,309	0,951	3,078
27°	0,891	0,454	0,510	73°	0,292	0,956	3,271
28°	0,883	0,469	0,532	74°	0,276	0,961	3,487
29°	0,875	0,485	0,554	75°	0,259	0,966	3,732
30°	0,866	0,500	0,577	76°	0,242	0,970	4,011
31°	0,857	0,515	0,601	77°	0,225	0,974	4,331
32°	0,848	0,530	0,625	78°	0,208	0,978	4,705
33°	0,839	0,545	0,649	79°	0,191	0,982	5,145
34°	0,829	0,559	0,675	80°	0,174	0,985	5,671
35°	0,819	0,574	0,700	81°	0,156	0,988	6,314
36°	0,809	0,588	0,727	82°	0,139	0,990	7,115
37°	0,799	0,602	0,754	83°	0,122	0,993	8,144
38°	0,788	0,616	0,781	84°	0,105	0,995	9,514
39°	0,777	0,629	0,810	85°	0,087	0,996	11,430
40°	0,766	0,643	0,839	86°	0,070	0,998	14,301
41°	0,755	0,656	0,869	87°	0,052	0,999	19,081
42°	0,743	0,669	0,900	88°	0,035	0,999	28,636
43°	0,731	0,682	0,933	89°	0,017	1,000	57,290
44°	0,719	0,695	0,966	90°	0,000	1,000	-
45°	0,707	0,707	1,000				

v	$\cos(v)$	$\sin(v)$		v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	
91°	-0,017	1,000		136°	-0,719	0,695	
92°	-0,035	0,999		137°	-0,731	0,682	
93°	-0,052	0,999		138°	-0,743	0,669	
94°	-0,070	0,998		139°	-0,755	0,656	
95°	-0,087	0,996		140°	-0,766	0,643	
96°	-0,105	0,995		141°	-0,777	0,629	
97°	-0,122	0,993		142°	-0,788	0,616	
98°	-0,139	0,990		143°	-0,799	0,602	
99°	-0,156	0,988		144°	-0,809	0,588	
100°	-0,174	0,985		145°	-0,819	0,574	
101°	-0,191	0,982		146°	-0,829	0,559	
102°	-0,208	0,978		147°	-0,839	0,545	
103°	-0,225	0,974		148°	-0,848	0,530	
104°	-0,242	0,970		149°	-0,857	0,515	
105°	-0,259	0,966		150°	-0,866	0,500	
106°	-0,276	0,961		151°	-0,875	0,485	
107°	-0,292	0,956		152°	-0,883	0,469	
108°	-0,309	0,951		153°	-0,891	0,454	
109°	-0,326	0,946		154°	-0,899	0,438	
110°	-0,342	0,940		155°	-0,906	0,423	
111°	-0,358	0,934		156°	-0,914	0,407	
112°	-0,375	0,927		157°	-0,921	0,391	
113°	-0,391	0,921		158°	-0,927	0,375	
114°	-0,407	0,914		159°	-0,934	0,358	
115°	-0,423	0,906		160°	-0,940	0,342	
116°	-0,438	0,899		161°	-0,946	0,326	
117°	-0,454	0,891		162°	-0,951	0,309	
118°	-0,469	0,883		163°	-0,956	0,292	
119°	-0,485	0,875		164°	-0,961	0,276	
120°	-0,500	0,866		165°	-0,966	0,259	
121°	-0,515	0,857		166°	-0,970	0,242	
122°	-0,530	0,848		167°	-0,974	0,225	
123°	-0,545	0,839		168°	-0,978	0,208	
124°	-0,559	0,829		169°	-0,982	0,191	
125°	-0,574	0,819		170°	-0,985	0,174	
126°	-0,588	0,809		171°	-0,988	0,156	
127°	-0,602	0,799		172°	-0,990	0,139	
128°	-0,616	0,788		173°	-0,993	0,122	
129°	-0,629	0,777		174°	-0,995	0,105	
130°	-0,643	0,766		175°	-0,996	0,087	
131°	-0,656	0,755		176°	-0,998	0,070	
132°	-0,669	0,743		177°	-0,999	0,052	
133°	-0,682	0,731		178°	-0,999	0,035	
134°	-0,695	0,719		179°	-1,000	0,017	
135°	-0,707	0,707		180°	-1,000	0,000	

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

Kvadrattal er fremhævet

Stikordsregister

10-talslogaritmen	25	Arccos	82
A a , formel		Arcsin	82
- eksponentiel funktion	19	Arctan	82
- lineær funktion	16	areal	
- potensfunktion	21	- cirkel	85
- ret linje	49	- parallelogram	85
a , grafisk betydning		- rektangel	85
- andengradspolynomium	22	- trapez	85
- eksponentiel funktion	18	- trekant	12
- lineær funktion	16	areal af parallelogram	
- potensfunktion	21	- i planen	48
- ret linje	49	- i rummet	57
absolut afvigelse	31	areal bestemt ved grafer	70
absolut værdi	82	B b , formel	
acceptområde	39	- eksponentiel funktion	19
additionsprincip	35	- lineær funktion	16
afledet funktion	66	- potensfunktion	21
afstand		- ret linje	49
- punkt og linje	52	b , grafisk betydning	
- punkt og plan	60	- andengradspolynomium	22
- to punkter i planen	52	- eksponentiel funktion	18
- to punkter i rummet	60	- lineær funktion	16
aftagende		- potensfunktion	21
- eksponentiel funktion	18	- ret linje	49
- lineær funktion	16	basisvektor	
- potensfunktion	21	- i planen	44
amplitude	29	- i rummet	54
analytisk plangeometri	44	begyndelsesværdi	
analytisk rumgeometri	54	- eksponentiel funktion	18
andengradsligning	75	- lineær funktion	16
andengradspolynomium	22	bestemt integral	69
annuitetslån	8	binomialfordeling	38
annuitetsopsparing	8	binomialkoefficient	38
antalsparameter	38		

binomialtest	39	differenskvotient	81
boksplot	33	differentialkvotient	
brøkreger	76	- definition	81
både-og-princip		- diverse funktioner	66
- kombinatorik	35	- grafisk tolkning	62
- sandsynlighed	37	differentialligning	72
		differentialregning	62
C c , grafisk betydning		differentiation	
- andengradspolynomium	22	- diverse funktioner	66
centrum		- regneregler	67
- cirkel	53	disjunkte mængder	79
- kugle	61	diskriminant	
cirkel		- andengradsligning	75
- ligning	53	- andengradspolynomium	22
- parameterfremstilling	53		
cirkel i koordinatsystem	53	E e , Eulers tal	78
cirkelbue	84	eksponentiel funktion	18
cirkeltangent	53	eksponentiel vækst	19
cosinus		ekstremum	65
- aflæsning	10	enhedscirklen	10
- definition	26	enhedsvektor	
- graf	27	- i planen	46
cosinus, retvinklet trekant	11	- i rummet	55
cosinusrelation	12	ensvinklede trekanter	9
cylinder	86	enten-eller-princip	
		- kombinatorik	35
D d , formel		- sandsynlighed	37
- andengradsligning	75		
- andengradspolynomium	22	F $f'(x)$	66
d , grafisk betydning		faktorisering	23
- andengradspolynomium	22	fakultet	35
datapunkter	30	forbindelsesvektor	
definitions­mængde	14	- i planen	44
den naturlige logaritme, $\ln$	25	- i rummet	54
determinant	48		

fordelingsfunktion		hele tal	78
- normalfordeling, forskrift	43	histogram	34
- normalfordeling, graf	43	hovedstol	8
fordoblingskonstant		hypotenuse	11
- aflæsning	20	hædningsfelt	73
- beregning	20	hædningskoefficient	
foreningsmængde	79	- lineær funktion	16
forskrift		- ret linje	49
- andengradspolynomium	22	hædningsvinkel	49
- eksponentiel funktion	18	hændelse	37
- lineær funktion	16	højde af trekant	12
- potensfunktion	21		
forstørrelsesfaktor	9	I indbetalinger	8
fortegnslinje	65	indskudsreglen	69
fraktil	34	integralregning	68
fremskrivningsfaktor		integration	
- eksponentiel vækst	18	- diverse funktioner	68
- kapital	8	- regneregler	69
funktioner	14	integration ved substitution	69
funktionsværdi		interval	78
- aflæsning	15		
- beregning	15	K kapital	8
fællesmængde	79	kapitalformlen	8
		katete	11
G gaffelforskrift	14	kegle	86
gennemsnit	33	kombinationer	36
gradtal	26	kombinatorik	35
grafisk løsning af ligning	15	komplementærmængde	79
grundrelation	28	koordinater	
grupperede observationer	34	- vektor i planen	44
grænseværdi	80	- vektor i rummet	54
		koordinatsystem	14
H halveringskonstant		kritisk område	39
- aflæsning	20	krydsprodukt	57
- beregning	20	kugle	61
harmonisk svingning	29		

kvadratsætninger	76	længde	
kvadrattal	89	- forbindelsesvek. i planen	44
kvartil		- forbindelsesvek. i rummet	54
- grupperede observationer	34	- proj. af vektor i planen	47
- ugrupperede observationer	32	- proj. af vektor i rummet	56
kvartilbredde	33	- vektor i planen	44
kvartilsæt	33	- vektor i rummet	54
		- vektorprodukt	57
L ligefrem proportionalitet	24	løsningskurve	73
ligevægtsværdi	29		
ligning		M maksimum	65
- cirkel	53	median (statistik)	
- kugle	61	- grupperede observationer	34
- linje (ved hældning)	49	- ugrupperede observationer	32
- linje (ved normalvektor)	51	median (trekant)	13
- plan	59	middelværdi	
- tangent	64	- binomialfordelingen	38
ligningsregler	74	- normalfordelingen, f	40
lim (limes)	80	- normalfordelingen, F	43
lineær funktion	16	- stokastisk variabel	38
lineær regressionsmodel	30	- ugrupperede observationer	33
lineær vækst	17	midtnormal	13
linje		midtpunkt for linjestykke	50
- ligning (ved hældning)	49	mindste observation	33
- ligning (ved normalvektor)	51	minimum	65
- parameterfrem. i planen	51	modelværdi	31
- parameterfrem. i rummet	58	monotoniforhold	65
linjeelement	73	multiplikationsprincip	35
linjer i planen	49	multiplikationstabel	89
linjer i rummet	58	mængdedifferens	79
ln	25		
lodret linje	50	N naturlige tal	78
log, logaritme	25	nedre kvartil	
logaritmefunktioner	25	- grupperede observationer	34
logistisk vækst	72	- ugrupperede observationer	32
lokale ekstrema	65	Newtons metode	64

normalfordelingen	40	parameterfremstilling	
normalvektor		- cirkel	53
- linje i planen	51	- linje i planen	51
- plan i rummet	59	- linje i rummet	58
nulhypotese	39	- plan i rummet	59
nulpunkter andengradspol.	23	parentesregler	76
nulpunktsbestemmelse	64	Pascals trekant	36
nulreglen	74	periode	29
nulvektor	83	π , π	78
numerisk værdi	82	plan	
O omdrejningslegeme	71	- ligning	59
omkreds		- parameterfremstilling	59
- cirkel	85	potensfunktioner	21
- rektangel	85	potensregneregler	77
- trekant	12	prikprodukt	
omvendt proportionalitet	24	- i planen	47
ortogonal		- i rummet	56
- linjer	50	procentregning	8
- vektorer i planen	47	projektion	
- vektorer i rummet	56	- vektor i planen	47
overfladeareal		- vektor i rummet	56
- cylinder	86	proportionalitet	
- kegle	86	- ligefrem	24
- kugle	85	- omvendt	24
overgangsformler	28	proportionalitetsfaktor	24
P p %-fraktilen	34	punkter i koordinatsystem	14
parabel	22	punkter i tabel	14
parallelforskydning af graf	15	punktplo	30
parallelle vektorer		Pythagoras' sætning	11
- vektorer i planen	48	R radiant	26
- vektorer i rummet	57	radius	
parallelogram		- cirkel	53
- i planen	48	- kugle	61
- i rummet	57	rationale tal	78

reelle tal	78	skalafaktor	9
regression, lineær	30	skalarprodukt	
regressionslinje	30	- i planen	47
regressionsmodel	30	- i rummet	56
regressionsmodel, graf	30	slutkapital	8
rektangel	85	slutværdi	8
relativ afvigelse	31	spredning	
rentefod	8	- binomialfordelingen	38
rentesregning	8	- normalfordelingen, f	40
retningspunkt	26	- normalfordelingen, F	43
retningsvektor		- stokastisk variabel	38
- linje i planen	51	- ugrupperede observationer	33
- linje i rummet	58	stamfunktion	68
retvinklet trekant	11	startkapital	8
rod, rødder	23	stigningstal	
rumfang		- lineær funktion	16
- cylinder	86	- ret linje	49
- kegle	86	stikprøvestørrelse	39
- kugle	85	stokastisk variabel	38
rumfang af omdrejningsleg.	71	stykkevis defineret funktion	14
S sandsynlighed	37	største observation	33
sandsynlighedsfelt	37	sumkurve	34
sandsynlighedsfunktion	37	svingningstid	29
sandsynlighedsparameter	38	symboler	78
sandsynlighedsregning	37	symmetrisk sands.felt	37
sandsynlighedstabel	37	søjlediagram	32
separabel differentialligning	72	T tangens	
signifikansniveau	39	- aflæsning	10
sinus		- definition	27
- aflæsning	10	- graf	27
- definition	26	tangens, retvinklet trekant	11
- graf	27	tangent til cirkel	53
sinus, retvinklet trekant	11	tangent til graf	64
sinus-arealformlen	12	tangentplan	61
sinusrelationer	12		

termin	8	vinkelret	
terminsindbetaling	8	- linjer	50
terminsydelse	8	- vektorer i planen	47
ti-talslogaritme	25	- vektorer i rummet	56
toppunkt	23	vinkelsum i trekant	12
trapez	85	vinkler	84
trigonometrisk funktion	26	voksende	
trigonometritabel	87	- eksponentiel funktion	18
tværvektor	48	- lineær funktion	16
tæthedsfunktion		- potensfunktion	21
- normalfordeling, forskrift	40	væksthastighed	62
- normalfordeling, graf	40	vækstrate	
		- eksponentiel vækst	18
		- procentvis vækst	8
U uafhængige hændelser	37		
ubestemt integral	69		
udfald	37	Ø øvre kvartil	
udfaldsrum	37	- grupperede observationer	34
udvidet kvartilsæt	33	- ugrupperede observationer	32
ugrupperede observationer	32		
ulighedstegn	78		
V vandret tangent	65		
varians	38		
variationsbredde	33		
vektorer			
- i planen	44		
- i rummet	54		
vektorprodukt	57		
vektorregneregler			
- i planen	45		
- i rummet	55		
vilkårlig trekant	12		
vinkel			
- vektorer i planen	47		
- vektorer i rummet	56		
vinkelhalveringslinje	13		

Dette prøvesæt er omfattet af ophavsretten, jf. ophavsretslovens § 1. Prøvesættet må alene anvendes til den på prøvesættet anførte prøve. Al anden anvendelse af prøvesættet, herunder visning eller deling f.eks. via internettet, sociale medier, portaler og bøger, udgør en krænkelse af Børne- og Undervisningsministeriets og evt. tredjemands ophavsret og er ikke tilladt.

Overtrædelse af ophavsretten kan være erstatningspådragende og/eller strafbart.

Prøvesættet kan dog, efter at prøveperioden er afsluttet, anvendes til undervisningsbrug på uddannelser m.v. omfattet af den lovgivning, som Styrelsen for Undervisning og Kvalitet administrerer.